

# МАТЕМАТИКА

ИЗДАЕТСЯ С 1992 г.  
№13 (723)

МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ  
mat.1september.ru



тема номера |  
**Готовимся**  
к учебному году

Казимир Малевич  
**Чёрный супрематический  
квадрат**  
1915. Холст, масло.  
Государственная  
Третьяковская галерея

Образовательная  
среда «Решу ЕГЭ»  
▶ с. 4

Диагностика  
математических  
способностей  
▶ с. 11

Геометрия  
+  
География  
▶ с. 16

Учебный проект  
▶ с. 33

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА | с. 64

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ  
«ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ»

**Главный редактор:**

Артем Соловейчик  
(генеральный директор)

**Коммерческая деятельность:**

Константин Шмарковский  
(финансовый директор)

**Развитие, IT и координация проектов:**

Сергей Островский  
(исполнительный директор)

**Реклама и продвижение:**

Марк Сартан

**Мультимедиа, конференции  
и техническое обеспечение:**

Павел Кузнецов

**Производство:**

Станислав Савельев

**Административно-хозяйственное  
обеспечение:** Андрей Ушаков

**Главный художник:** Иван Лукьянов

**Педагогический университет:**

Валерия Арсланьян  
(ректор)

ГАЗЕТА ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА:  
**Первое сентября** – Е. Бирюкова

ЖУРНАЛЫ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА:

**Английский язык** – А. Громушкина,

**Библиотека в школе** – О. Громова,

**Биология** – Н. Иванова,

**География** – О. Коротова,

**Дошкольное**

**образование** – М. Аромштам,

**Здоровье детей** – Н. Сёмина,

**Информатика** – С. Островский,

**Искусство** – М. Сартан,

**История** – А. Савельев,

**Классное руководство**

**и воспитание школьников** – О. Леонтьева,

**Литература** – С. Волков,

**Математика** – Л. Рослова,

**Начальная школа** – М. Соловейчик,

**Немецкий язык** – М. Бузоева,

**Русский язык** – Л. Гончар,

**Спорт в школе** – О. Леонтьева,

**Управление школой** – Я. Сартан,

**Физика** – Н. Козлова,

**Французский язык** – Г. Чесновицкая,

**Химия** – О. Блохина,

**Школьный психолог** – И. Вачков

УЧРЕДИТЕЛЬ: ООО «ЧИСТЫЕ ПРУДЫ»

Зарегистрировано ПИ №ФС77-44335 от 21.03.11

в Министерстве РФ по делам печати

Подписано в печать: по графику 15.06.11,

фактически 15.06.11 Заказ №

Отпечатано в ОАО «Чеховский

полиграфический комбинат»

ул. Полиграфистов, д. 1,

Московская область,

г. Чехов, 142300

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ:

ул. Киевская, д. 24, Москва, 121165

Телефон/ факс: (499) 249-3138

Отдел рекламы: (499) 249-9870

Сайт: 1september.ru

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ПОДПИСКА:

Телефон: (499) 249-4758

E-mail: podpiska@1september.ru

Документооборот

Издательского дома «Первое сентября»  
защищен антивирусной программой Dr.Web

Dr.WEB®  
Антивирус

# В НОМЕРЕ

ТЕМА НОМЕРА: ГОТОВИМСЯ К УЧЕБНОМУ ГОДУ

4 В КОМПЬЮТЕРНОМ КЛАССЕ  
Дистанционная образовательная  
среда «Решу ЕГЭ»  
Д. Гушин

37 Рабочая программа по математике:  
профильный уровень  
Р. Фахрутдинова

8 МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ  
Технология личносно  
ориентированного обучения  
И. Кожемякина

16 НА УРОКЕ  
Интегрированный урок  
географии и геометрии  
Е. Конова,  
Т. Новокрещенова

11 Диагностика математических  
способностей семиклассников  
А. Белоусова

46 В КОМПЬЮТЕРНОМ КЛАССЕ  
Динамическая геометрия  
с «Математическим конструктором».  
Эпизод 4  
В. Дубровский

21 «Математика и сельское хозяйство»:  
программа элективного курса  
В. Кузьмина

28 Алгоритмическая культура – основа  
надпредметных приемов учебной  
деятельности  
А. Артеменко, Ю. Крымских,  
Л. Николаенко

49 В УЧИТЕЛЬСКОЙ  
Аттестат о среднем образовании  
в Великобритании  
Г. Фалин, А. Фалин

33 Учебный проект как интегративный  
метод обучения  
В. Паршева

64 В КАБИНЕТЕ МАТЕМАТИКИ  
Иррациональные числа

К материалам, обозначенным этим символом, есть приложение на CD-диске.

## МАТЕМАТИКА

Методический журнал для учителей математики  
Издается с 1992 г. Выходит один раз в месяц

РЕДАКЦИЯ:

Главный редактор: Л. Рослова

Отв. секретарь: Т. Черкавская

Редакторы: П. Камаев, И. Бокова, О. Макарова

Дизайн макета и обложки: И. Лукьянов

Корректор: Л. Громова

Верстка: Д. Кардановская

Распространяется по подписке

Цена свободная Тираж 10 000 экз.

Тел. редакции: (499) 249-3460

E-mail: mat@1september.ru

Сайт: mat.1september.ru

ПОДПИСНЫЕ ИНДЕКСЫ:

Роспечать: инд. – 32030; орг. – 32594; электронная версия – 26113

# СКОРО ОСЕНЬ – ЗА ОКНАМИ АВГУСТ...

Л. РОСЛОВА

■ Наступил август – считай, и лето закончилось. Прошел ЕГЭ, подведены итоги, выпускники уже поступили, готовятся к новой жизни. А учителю пора готовиться к новому учебному году: строить планы, писать планирование. Что ждет его в этом году? Хочется заглянуть вперед хотя бы одним глазком.

Не зря упомянула про ЕГЭ – катализатор всех наших изменений. С тех пор, как эксперимент по ЕГЭ закончился, изменяется ЕГЭ по математике чуть ли не каждый год. Что теперь?

Давно понятно, что хотя и называется он единым, но по факту таковым не является. Хотя бы потому, что каждый выпускник выбирает из текста экзаменационной работы то, что работает на реализацию его цели. Получается что-то вроде шведского стола. Одному надо набирать как можно больше баллов, чтобы поступить в вуз и продолжить изучение математики, – он решает часть С, ну, а на десерт что-нибудь легонькое, «низкокалорийное» – из В. Другому не нужна ни математика, ни баллы – аттестат бы получить. Такой не то что на часть С не заглядывается – из В по сусекам наскребает.

Поэтому предложение разделить единый экзаменационный вариант на два: базовый и профильный, и дать каждому выпускнику «свое блюдо», поступило не в этом году, обсуждается давно. Похоже, что в этом году нам предложат обсудить уже не идею, а сами варианты таких экзаменов. Будем ждать с нетерпением.

Не за горами и введение нового стандарта. А значит, появятся подновленные (обновленные, освеженные, отремонтированные, поправленные – см. словарь синонимов русского языка) учебники, «заточенные» под формирование универсальных учебных действий. Будем надеяться, что в недалеком будущем наши ученики, вооруженные таким мощным оружием, как УУД, и ЕГЭ будут сдавать так же успешно, как их дедушки и бабушки нормы ГТО.

Август для учителя – не только последние денечки отпуска, но и время надежд. И прежде всего, надежд на встречи с новыми учениками, которые приходят в школу каждый год, несмотря ни на какие катаклизмы и реформы. Что в нашем случае, в принципе, одно и то же.

Д. ГУЩИН,  
г. Санкт-Петербург



Д.Д. Гущин, учитель математики гимназии № 261 Кировского района Санкт-Петербурга, учитель информатики Петергофской гимназии императора Александра II, Почетный работник общего образования РФ, Учитель года-2007

# ДИСТАНЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СРЕДА «РЕШУ ЕГЭ»

■ Однажды учитель принес с собой красивый кувшин и, сев перед учениками, стал брать большие темно-серые камни один за другим и аккуратно опускать их в него. Когда все камни оказались в кувшине, учитель посмотрел на учеников и спросил: «Полон ли кувшин?».

«Да, — дружно ответили ученики, — да, учитель, кувшин полон».

Тогда учитель взял мелкий кварцевый песок и стал сыпать его в этот кувшин. С легким шуршанием заполнял песок пространство между темно-серыми камнями. Когда песок заполнил кувшин, учитель посмотрел на учеников и спросил: «Полон ли сейчас кувшин?».

На этот раз ученики уже не были столь уверены в ответе. Но было ясно, что песок заполнил все пространство, которое было в кувшине. А потому несколько человек кивнули и сказали: «Да, учитель, кувшин полон. Теперь полон».

Учитель взял стакан воды и осторожно стал лить эту воду в кувшин. Ученики слышали, как лилась вода, и видели, как она заполняла кувшин. Учитель снова посмотрел на учеников и спросил: «Теперь кувшин полон?».

Ученики молчали. Они смотрели на прекрасный кувшин, наполненный темно-серыми камнями, кварцевым песком и водой.

Учитель посмотрел на учеников и спросил: «Что вы поняли?».

Один самый смелый ученик поднял руку и сказал: «Неважно, насколько плотно вы распланировали время, если человек постарается, он всегда сможет успеть что-то еще».

«Нет, — ответил учитель. — Этот пример учит нас тому, что есть большие камни, а есть песок. И если вы не положите камни вначале, то вы не сможете положить их вообще».

Один из учеников поднял руку и спросил учителя: «Какое значение имела вода?».

Учитель улыбнулся: «Как бы ни была ваша жизнь заполнена, в ней всегда найдется немного места для праздного безделья. Используйте его, чтобы подумать о камнях и песке».

## У нас проблема?

У тех, кто ищет, всегда есть проблема, есть вопрос, на который пока нет ответа. Когда появится ответ, появится и новый вопрос. По сути, все наши вопросы сводятся к следующему: что в нашей жизни будет теми камнями, которые нужно положить в кувшин. Принимая решение, мы должны в первую очередь оглядеться вокруг и оценить обстановку.

Сложившаяся в настоящее время ситуация с выпускными школьными экзаменами по математике, как в 9-м классе, так и в 11-м, в целом неблагоприятна. Вдруг оказалось, что не программа и не

учебник определяют итоговый уровень освоения математики. Эту роль взяли на себя разработчики контрольно-измерительных материалов Единого государственного экзамена. Не будем сейчас о том, кто и на каких основаниях выдал им этот мандат. Но именно ЕГЭ задает сейчас широту и глубину охвата учебного материала.

Вдруг оказалось, что учить надо не предмету, а конкретным типам заданий, которые записаны в демонстрационной версии экзамена. После чего останется только натаскивать в узких рамках того, что «будет». Причем большая часть заданий, включенных разработчиками в контрольно-измерительные материалы, формально соответствуя учебным программам, фактически отсутствуют в школьных учебниках.

Положение усугубляется тем, что структура и содержание экзаменационных материалов ЕГЭ постоянно меняется, причем иногда кардинально, а авторы школьных учебников оперативно отражать эти изменения в учебниках не могут, а зачастую по разным причинам и не хотят. В итоге большую часть времени в старших классах учителя преподают не по проверенным, апробированным и утвержденным учебникам, а по пособиям для подготовки к ЕГЭ, «конвертам» и прочим материалам, написанным безымянными авторами и зачастую не слишком высокого качества. Впрочем, иногда эти занятия проводятся по пособиям, подготовленным самими разработчиками экзамена. В обоих случаях учебник становится книгой второго плана, и, кстати, это характерно не только для математики, но и для всех школьных дисциплин.

Возможно, что рассинхронизация учебников и экзаменационного материала была одной из целей ЕГЭ, и тому можно привести основания. Одно из них — возможность оперативного влияния на содержание образования посредством ЕГЭ. Возможно, что такой цели не ставилось. Но, так или иначе, учителя здесь поставлены перед нелегким выбором: с одной стороны, они обязаны преподавать учебную дисциплину по утвержденным учебным программам и пользуясь рекомендованными учебниками. При этом всем участникам учебного процесса понятно: даже полностью изучив школьный учебник, хорошо сдать экзамен невозможно. Отказываясь от преподавания по программе и учебникам, учителя фактически переходят на натаскивание учащихся в решении определенных типов экзаменационных заданий. В целом это получается у них неплохо, результаты экзамена служат пропуском для учащихся, собирающихся поступать в вузы соответствующей направленности, а контролирующие образование органы полагают, что все в порядке.

## И что делать?

Вопрос «Что делать?» — это вопрос о том, какие именно камни из многих, что перед нами, класть в кувшин. У каждого свой выбор и свой подход. Но один из камней у нас общий — мы стали учителями математики. Мы выбрали путь учить детей, готовить их к жизни, к будущей профессии. В частности, готовить к выпускным экзаменам, заполняя пробелы в учебниках и задачах, разрабатывая уроки, дидактические материалы, продумывая систему обучения.

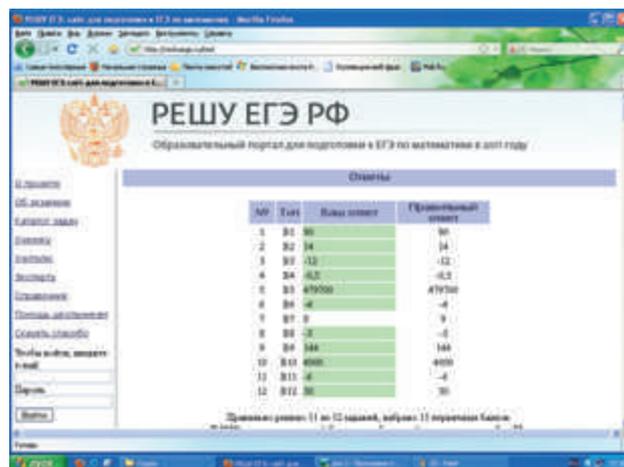
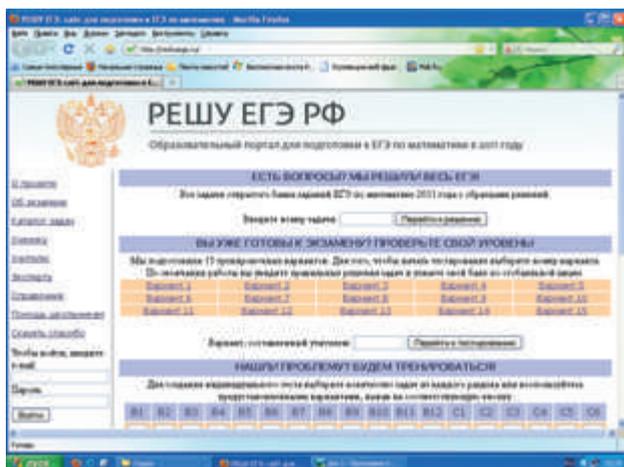
В помощь учащимся и учителям в апреле 2011 года творческим объединением «Центр интеллектуальных инициатив» была создана дистанционная обучающая система для подготовки к экзамену «РЕШУ ЕГЭ». Она имеет два интернет-адреса: в привычном латинском написании — <http://reshuege.ru> и в кириллице — <http://решуегэ.рф>. Использование этого интернет-ресурса дает возможность построения индивидуального образовательного маршрута каждому учащемуся, разгружает учителя, позволяет ему оптимально использовать время на уроке, освобождает его от технической работы, ведет индивидуальный и групповой учет уровня текущей подготовки учащихся, позволяя сосредоточиться на темах, вызывающих наибольшие трудности.

## С чего начать?

Напомним, что важным недавним нововведением ЕГЭ по математике стало размещение в Интернете открытого банка экзаменационных заданий, которые можно использовать для подготовки к экзамену. Однако в 2011 году количество задач в этом банке достигло 75 тысяч, и прорешать эту бездну задач уже никому не под силу. Но и необходимости в этом нет: в действительности различные типы заданий представлены примерно полутора тысячами так называемых прототипов — модельными задачами, на основе которых при помощи компьютера составлены все остальные задачи-клоны; клоны отличаются от прототипов только конкретными числовыми данными.

На основе прототипов задач В1–В12 открытого банка создается базовая часть экзаменационных вариантов ЕГЭ, к которой добавляются заранее неизвестные задачи повышенной сложности С1–С6.

Первым нашим шагом стало решение всех прототипов из открытого банка и последующее соотнесение задач по типу «прототип – клон». В итоге для любой из 75 000 задач открытого банка учащийся может найти решение соответствующего прототипа, на основе которого она составлена, тем самым получая образец решения любой задачи открытого банка.



Следующим шагом стало решение задач повышенной сложности. Мы внимательно проанализировали варианты демонстрационных версий экзамена, экзаменационные варианты прошлых лет, множество пособий по подготовке к экзаменам, тренировочные варианты из разных регионов России. Эти материалы позволили нам сформировать задачную базу заданий части С. Этот процесс не окончен, мы будем собирать и представлять на портале новые и новые сложные задачи с решениями, формируя тем самым открытый банк заданий С1–С6 для использования всем педагогическим сообществом.

### В чем сила?

Готовиться к экзамену лучше в системе. Этим был обусловлен следующий шаг развития нашего проекта. Мы составили классификатор задач, содержащий более 100 пунктов, и соотнесли 1500 прототипов с пунктами классификатора. В итоге на каждый пункт классификатора приходится по 10–15 заданий по каждой из выносимых на экзамен тем. Выбрав себе какую-то конкретную тему, учащийся может сразу же пройти тестирование по содержащимся в ней заданиям. Сверившись с ответами, можно оценить свой уровень, а прочитав решения задач, можно сравнить свой путь решения с предлагаемым, или обнаружить у себя ошибку, совершенную по невнимательности, или, наоборот, осознать имеющийся пробел в знаниях и обратиться к учителю с вопросом по повторяемой теме.

Помимо тематического повторения с использованием систематического каталога задач, образовательный портал позволяет проходить диагностические тестирования. Для этого на сайте приведено 15 вариантов работы, полностью аналогичной демонстрационной версии экзамена 2011 года. Для тех учащихся, кто проработает представленные варианты, есть возможность сгенерировать себе неограниченное количество работ. По окончании выполнения любой из них система выдает правильные

ответы и решения всех задач, сообщает первичный балл и тестовый балл по стобалльной шкале.

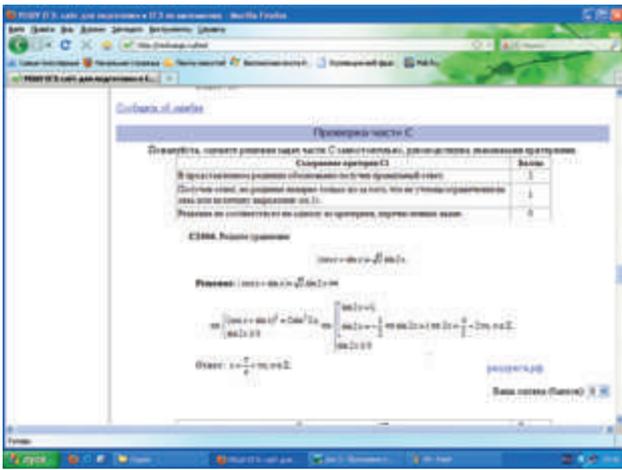
В соответствии с используемой Федеральным институтом педагогических измерений математической моделью шкалирования результатов баллы по стобалльной шкале могут быть выставлены только после написания работы всеми экзаменуемыми. Поэтому мы используем шкалу предыдущего года, в соответствии с которой первичные баллы переводятся в тестовые. Система сообщает учащемуся не только его первичный и тестовый баллы, но и процент выпускников, имеющих такой же, меньший и больший баллы. Для зарегистрировавшихся пользователей все результаты заносятся на страницу индивидуальной статистики.

Система ведет полную статистику по всем решенным задачам и вариантам, позволяя отслеживать текущий уровень подготовки к экзамену и сосредотачиваться на темах и разделах, требующих повышенного внимания.

### Станет легче?

При тематическом предэкзаменационном повторении перед учителем встает характерный ряд проблем. Требуется систематически повторять с учащимися много заданий базовой сложности, постоянно разбирать задания повышенного уровня сложности. Но время урока ограничено, подробно разобрать за 45 минут урока 5–6 заданий части В и еще 5–6 заданий части С невозможно. Поэтому домашние задания с готовыми решениями для самоконтроля представляются несомненным удобством. Не следует опасаться, что учащиеся бездумно переписывают решения, наш опыт показывает, что они ответственно подходят к своей подготовке к экзамену. В любом случае, проверить уровень знаний всегда можно при помощи работы в классе.

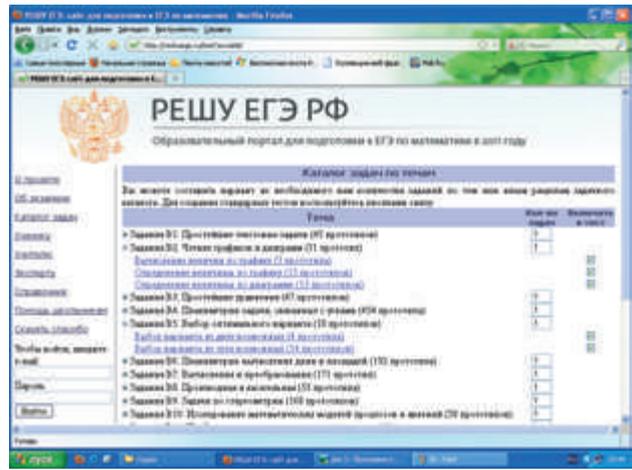
Помимо возможностей для организации самостоятельной индивидуальной работы учащихся в ходе тематического повторения, учителю на



сайте предоставлен набор инструментов для создания и проверки работ учащихся.

Учитель может формировать наборы заданий по любой теме или комбинации тем, включая в работу необходимое количество задач. После того, как работа сформирована, система регистрирует ее под определенным номером, который она выдает учителю. Этот номер сообщается учащимся, которые дома или в школе вводят его на странице тестирования. При этом система генерирует две работы: домашнее задание (в этом случае по окончании работы учащийся сможет проконтролировать себя, увидев решения задач) и контрольное тестирование, после прохождения которого система не сообщит учащимся правильные ответы и решения задач. В обоих случаях, кроме статистики успехов на индивидуальных страницах учащихся, система заполняет страницу статистики для учителя. Для каждой из составленных работ создается таблица с данными по всем учащимся в целом и по каждому учащемуся в отдельности, включая его ответы на задания, правильные ответы, набранный первичный и тестовый баллы.

При этом задания части В, как и на реальном экзамене, система проверяет автоматически, а задания части С в соответствии с критериями их проверки система предлагает оценить самому ученику. Мы полагаем очень важным учить учащихся оценивать свои работы самостоятельно, выставляя себе тот или иной балл, анализировать свои решения с точки зрения эксперта, проверяющего работу. Но, конечно, мы этим не ограничились. Каждому учащемуся система предоставляет возможность загрузить отсканированные (или сфотографированные на мобильный телефон) решения задач части С. При этом учителю будут выведены все ученические решения, которые он сможет проверить и оценить в соответствии с экзаменационными критериями, которые автоматически выводятся системой для каждой проверяемой задачи.



После перепроверки предварительные баллы, выставленные учащимися, будут заменены итоговыми баллами, выставленными учителем.

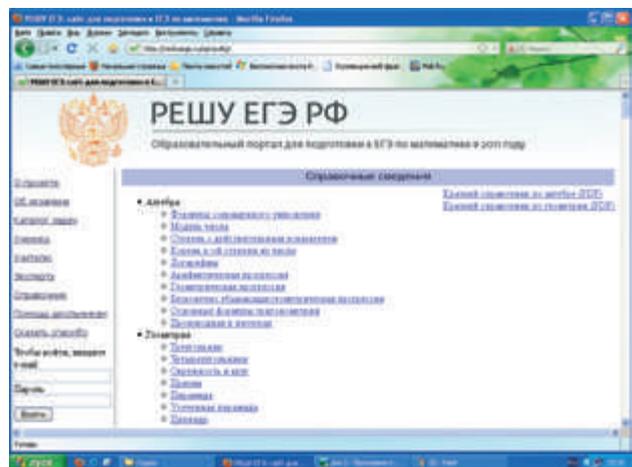
### И еще

Для ознакомления с правилами проверки экзаменационных работ на портале опубликованы общие критерии проверки заданий части С и приведено много заданий для обучения проверке и самоконтролю. Даны комментарии к выставлению того или иного балла, руководствуясь которыми профессиональное сообщество может обеспечить единство требований проверки заданий с открытым ответом.

### Ну и, конечно

Все сервисы портала бесплатны. Это благотворительный проект. Никем не финансируется.

Поэтому особенно приятно высказать нашу признательность тем, благодаря кому он появился: Т.Г. Абдулин, веб-программист портала, придумавший, как сделать чертежи работающим механизмом, Ф.Ф. Халитов, сделавший все и даже больше, чем это возможно, а также О.А. Гущина, В.Б. Некрасов, А.В. Павлив, О.Д. Платонова и П.Ю. Цвентух, которые оказывали нам постоянную и неоценимую помощь во всех начинаниях.



И. КОЖЕМЯКИНА,  
г. Тверь

# ТЕХНОЛОГИЯ ЛИЧНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ

Специфика математики такова, что большое количество формул, определений, теорем, методов и алгоритмов решения математических задач вызывает трудности при запоминании. А программные рамки жесткие: 2–3 урока, проверочная работа — и новая тема. Что чувствует ученик, у которого едва улеглось в голове правило, а его уже вызвали к доске, уже ставят отметку? В такой ситуации учащиеся либо мирятся с положением «троечника», либо тяжело переживают, сидят вечерами, а порой и ночами, пытаются добросовестно разобраться в математике (и во всех остальных предметах), доводя себя тем самым до стресса. Выход из этой ситуации лишь один — понимание ученика, поддержка, доброжелательное отношение. Все это возможно только в лично ориентированных технологиях, целью которых является эмоционально-положительное усвоение учебного материала.

Находясь в постоянном поиске путей эмоционально положительного обучения математике, у меня сложилась система обучения на основе построения непрерывного цикла учебных занятий, способствующих и усвоению учебного материала, и психологической комфортности учащихся: учению с увлечением, учению только с положительными эмоциями.

Хочется отметить, что даже полезная деятельность, насаждаемая силой, отвергается человеком как чуждая, нужная не ему, а кому-то другому. Она вызывает отрицательные эмоции и приносит больше вреда, чем пользы. Вспомните слова доктора психологических наук, профессора Г.Ю. Ксензовой: «Заставить силой работать кувалдой можно, заставить силой думать нельзя!». Поэтому так важно строить процесс обучения не с позиции силы, а на основе эмоционально положительного, лично ориентированного, деятельностного подходов.

## Основные подходы

Основные подходы учителя к деятельности на уроках:

- знание физиологических и психологических особенностей школьников;
- знание особенностей изменения работоспособности школьников в течение рабочего дня и учебной недели;
- проведение конкретного занятия в зависимости от готовности класса;
- создание эмоционально положительного настроения на работу всех учеников в ходе урока, психологического комфорта и положительной мотивации к процессу учения;



Фото Н. Суковой



- сообщение не только темы урока, но и этапов организации деятельности на уроке;
- применение заданий, позволяющих ученику самому выбирать тип, вид и форму материала (словесную, графическую, условно-символическую);
- организация проблемных ситуаций, требующих диалогических техник работы;
- организация обучения с быстрым переходом к самостоятельной деятельности учащихся, стимулирование учеников к самостоятельному использованию различных способов выполнения задания;
- обсуждение с учащимися в конце урока не только того, что «мы узнали, чем овладели», но и того, что понравилось (не понравилось) и почему, что бы хотелось выполнить еще раз, а что сделать по-другому.

Учителю необходимо учитывать здоровьезатратные факторы учебного процесса, требующие от учащихся излишне длительного напряжения (физического, умственного, эмоционального):

- объективно сложный или большой объем учебного материала представлять в схемах и таблицах, легких для запоминания учащимися;
- применять методики, соответствующие уровню способностей, подготовленности и личностным особенностям учащихся;
- использовать только позитивные высказывания в сторону ученика, не допускать у учащихся боязни опроса, страха допустить ошибку, получить плохую оценку;
- не допускать монотонности учебного процесса;
- применять при объяснении логические паузы и менять виды деятельности учащихся на уроке с целью понижения нагрузки обучающихся;
- учителю необходимо не столько учить, сколько понимать, как ребенок учится, пробуждать удовольствие от процесса учения — это и есть основная задача личностно ориентированной педагогики.

## Структура типового блока уроков

В качестве логически завершенной единицы педагогического общения учителя и учеников выбран не урок, а вся совокупность уроков по теме. Структура такого блока довольно проста. Она представляет собой логически упорядоченную комбинацию 10 этапов.

**1. Вводное повторение.** Это первичная, системная актуализация знаний — пробуждение знаний и умений, усвоенных на прошлых уроках и необходимых для усвоения нового, диагностика готовности к изучению нового.

*Основные действия учителя:* помощь ученикам при включении в работу через создание положительной мотивации, проблемных ситуаций (практическое использование изучаемого материала в повседневной жизни). Учителю необходимо использовать в работе только позитивные высказывания: хвалить ученика, уточнять его ответы, направлять, ненавязчиво напоминать забытое. С целью создания проблемной ситуации на этом этапе можно предложить учащимся несложное упражнение по новой теме, что позволит перейти ко второму этапу.

**2. Презентация нового материала** — предъявление укрупненного блока, включающего в себя базовые знания (несократимый минимум). Лучше представить его в виде схемы. Можно и просто выделить основные формулы, правила, алгоритмы. Обоснования к ним должны быть минимальны и основываться на интуитивном подходе. При этом использование цифровых образовательных ресурсов поможет и учителю, и ученику.

*Основные действия учителя:* выделение основного материала для изучения темы; придание ему формы, позволяющей легко понять его и запомнить на уроке. Учителю необходимо привести 1–2 примера на применение данного материала и предложить придумать такие примеры учащимся. Они сделают это с удовольствием.

**3. Практика под руководством учителя.** Организация первичного закрепления материала, в ходе которого умение решать базовые задачи доводится до автоматизма. При этом необходимо своевременное исправление ошибок в понимании нового материала.

*Основные действия учителя:* отвечать на вопросы одних, показывать решение другим, комментировать решения третьих. Учащимся разрешено помогать и объяснять друг другу, сравнивать решения. К доске ученики выходят только по желанию. Этот этап завершается проверочной работой по решению задач базового уровня сложности. Оценка за нее ставится только по желанию ребенка.

**4. Изучение нового материала (дополнительный объем).** Особенность этого этапа в том, что учащиеся по-разному нуждаются в новом и в том числе дополнительном материале.

*Основные действия учителя:* организация работы в группах по изучаемой теме. Вначале, как правило, выделяется одна-две группы учащихся, проявивших желание и способных

самостоятельно углубить базовые знания. Им предлагаются листы с индивидуальной траекторией продвижения по теме, в которых содержится необходимый инструктаж: прочитай, вспомни, просмотрю, попробуй применить, проверь и т.п. Остальные ученики, не прошедшие тест базового уровня, продолжают выполнять типовые упражнения и получают соответствующее домашнее задание. По мере того, как ученик почувствовал, что может выполнять упражнения сложнее, и пройдя необходимый тест, он продвигается дальше. При этом учитель постоянно перемещается от одной группы обучающихся к другой и выступает посредником в обмене мнениями.

**5. Промежуточный контроль, оценка, определение «западающего звена».** Организация диагностики усвоения изучаемого материала проходит в виде коротких проверочных работ или тестов (для каждой группы они свои). Так как время на изучение темы ограничено программными рамками, то на определенных этапах проверочные работы проводятся для всех одновременно. Задания для этих работ необходимо подбирать с учетом уровневой дифференциации обучающихся. Если, по замыслу учителя, отметки необходимо выставить в журнал, а ученик выполнил работу неудачно, то с ним нужно согласовать реальный срок «пересдачи», используя рабочие тетради, индивидуальные карточки и т.п.

**6. Итог занятия.** Фиксация пути, пройденного учеником по теме; определение соответствия замысла учителя с полученными результатами в соответствии с целями, поставленными на определенных этапах обучения. На этом этапе проводится анализ проверочной работы. Выполнившие ее успешно, продвигаются по теме дальше, выполняют творческие задания или, по желанию, помогают другим понять причины ошибок.

**7. Информация о домашнем задании.** Домашнее задание предлагается на каждом уроке. Вначале оно одинаково для всех. Но на последующих уроках носит вариативный характер, включает задания на выбор, в том числе и творческие.

**8. Обобщающее повторение** позволяет увидеть ученикам всю тему целиком. Главная задача этого этапа — обобщение и систематизация знаний, формирование целостной системы ведущих понятий по теме, выделение основных идей. Зада-

ния для этого этапа подбираются с учетом уровневой дифференциации учащихся.

**9. Итоговый контроль** — контрольная работа, которая строится по принципу: базовый (минимальный) уровень, общий уровень, продвинутый уровень. В случае неудачи ученик может ее «пересдать».

**10. Коррекция** — поиск и исправление ошибок как самостоятельно, так и в группах. Ученики, получившие высший балл, могут выполнять нестандартные, творческие задания или помогать другим в поиске и коррекции ошибок.

Поскольку любое занятие есть система, создаваемая учителем ради достижения конкретной цели, то из приведенного набора этапов можно создать самые разнообразные комбинации. В процессе обучения несколько этапов могут быть объединены в один, а время, отводимое на каждый этап работы, может варьироваться в соответствии с учебной ситуацией. В одних классах практика под руководством учителя проходит за 15 минут и в устной форме, а в других на нее уходит до 2 уроков. При этом необходимо отметить, что исключение любого из вышеприведенных этапов учебного занятия приводит к снижению результата педагогического процесса.

Данную технологию я применяю с 2002 г. Результаты ЕГЭ 2008 г. показали хороший уровень усвоения учебного материала: средний балл — 56,2; минимальный порог преодолели все учащиеся. В 2008/2009 учебном году я взяла группу десятиклассников, которых до этого учили традиционными методами, и они выбрали изучение математики на базовом уровне. Результаты работы: «слабые» ученики, которые раньше периодически имели отметку «2», начали задавать вопросы, стремиться отвечать у доски, выполнять элементарные упражнения самостоятельно, перестали списывать домашнюю работу. «Средние» постоянно просят дополнительные карточки, на каждом уроке говорят мне «спасибо». По результатам ЕГЭ-2010 средний балл составил 45,4, и снова минимальный порог преодолели все.

В основе данной технологии лежат взгляды доктора психологических наук, профессора Г.Ю. Ксензовой и доктора педагогических наук, профессора АПКиППРО В.В. Гузеева, которые, на мой взгляд, создают хорошую основу для реализации идеи личностно ориентированного обучения.

А. БЕЛОУСОВА,  
г. Воронеж

# ДИАГНОСТИКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ СЕМИКЛАССНИКОВ

Каждый нормальный и здоровый школьник способен получить среднее образование, но далеко не каждый способен быстро и глубоко овладеть знаниями в области каждого учебного предмета, достигнуть особых успехов. Один, изучая математику, добивается высоких результатов без особых затрат сил и труда, другой же при максимальном старании не может подняться выше среднего уровня. В этом смысле принято говорить о более способных и менее способных детях.

Но успех в учении формируется не только на основе способностей, но во многом определяется содержанием и методами обучения. С одной стороны, низкая успеваемость по математике сама по себе не всегда может служить показателем низкого уровня способностей. С другой стороны, если одинаковая методика обучения, одинаковые упражнения дают при прочих равных условиях различный результат, то это может свидетельствовать о различиях в способностях учащихся.

## Изучение математических способностей

Одним из инициаторов изучения математических способностей школьников был выдающийся французский математик А. Пуанкаре. Он констатировал специфичность творческих математических способностей и выделил их важнейший компонент — математическую интуицию. С этого времени началось изучение этой проблемы. Впоследствии психологи выделили три вида математических способностей: арифметические, алгебраические и геометрические.

В свою очередь, исследователи В. Хаекер и Т. Циген выделили четыре основных компонента: пространственный, логический, числовой, символический, являющиеся «ядром» математических способностей. В этих компонентах они различали понимание, запоминание, оперирование.

Наряду с основным компонентом математического мышления — способностью к дедуктивному рассуждению в числовой и символической сферах, способностью к абстрактному мышлению, — А. Блекуэлл выделяет еще и способность к манипулированию пространственными объектами. Также он отмечает вербальную способность и способность сохранять в памяти данные в их точном и строгом порядке и значении.

Особого внимания заслуживает опубликованный в 20-х годах XX столетия ряд исследований по проблеме математических способностей, выполненных крупнейшим американским психологом Э. Торндайком. Значительная часть их представляет интерес и сегодня. В книге, которая в оригинале названа «Психология алгебры», Э. Торндайк формулирует:

- **общие математические способности:** умение обращаться с символами, выбирать и устанавливать соотношения, обобщать и систематизировать, определенным образом выбирать существенные элементы и данные, приводить в систему идеи и навыки;

- **специальные алгебраические способности:** возможность понимать и составлять формулы, выражать в виде формулы количественные соотношения, преобразовывать формулы, составлять уравнения, выражающие данные количественные отношения, решать уравнения, выполнять тождественные алгебраические преобразования, графически выражать функциональную зависимость двух величин и т.д.

Одно из самых значительных со времени выхода работ Э. Торндайка исследований математических способностей принадлежит шведскому психологу И. Верделину. Он дает весьма широкое определение математических способностей, в котором отражает репродуктивный и продуктивный аспекты, понимание и применение, но основное внимание он уделяет важнейшему из этих аспектов — продуктивному, который исследует в процессе решения задач. Ученый полагает, что на характере математических способностей может сказываться метод обучения.

Крупнейший швейцарский психолог Ж. Пиаже придавал большое значение мыслительным операциям, выделяя в развитии интеллекта стадию малоформализованных конкретных операций, связанных с конкретными данными, и стадию обобщенных формализованных операций, когда организуются операторные структуры. Он соотносил последние с тремя фундаментальными математическими структурами, которые выделены Н. Бурбаки: алгебраическими, структурами порядка и топологическими. Ж. Пиаже обнаруживает все типы этих структур в развитии арифметических и геометрических операций в сознании ребенка и в особенностях логических операций. Отсюда делается вывод о необходимости синтеза математических структур и операторных структур мышления в процессе преподавания математики.

В отечественной психологии исследованием проблемы математических способностей занимался В.А. Крутецкий. В книге «Психология математических способностей школьников» он приводит следующую общую схему структуры математических способностей школьников.

- **Во-первых**, получение математической информации — способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию структуры задачи.

- **Во-вторых**, переработка математической информации — способность к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики, способность мыслить математическими символами, способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий, способность к свертыванию процесса математических рассуждений и системы соответствующих действий, способность мыслить свернутыми структурами. Также необходима гибкость мыслительных процессов в математической деятельности, стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений. Существенную роль играет тут способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли.

- **В-третьих**, математическая память: память на математические отношения, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним.

- **В-четвертых**, общий синтетический компонент — математическая направленность ума.

## Математические способности семиклассников

Согласно программе для школ с углубленным изучением математики школьник может начать изучение математики как с 8-го, так и с 10-го класса. Обычно такие классы формируются после окончания 7-го класса.

При их создании перед учителем математики и администрацией школы встает ряд вопросов: как наиболее объективно выявить математические способности и интеллектуальные возможности ученика; как свести к минимуму попадание в такой класс «случайных» учеников.

С. Кожухов считает одной из оптимальных форм отбора учащихся в класс с углубленным изучением математики — задания в тестовой форме, нацеленные на диагностику умственного развития ребенка. В статье «Как провести отбор учащихся в класс с углубленным изучением математики» он предлагает два из них: тест интеллекта и тест достижений. Первый должен дать представление о структуре интеллекта и способностях учащегося, второй — о его математической подготовке. При этом необходимо учитывать и ряд других факторов: уровень мотивации, мнение учителей, конкурс и др. Отмечу, что данные тесты подтвердили общую тенденцию развития математических способностей семиклассников.

На мой взгляд, важно вести диагностику в течение учебного года, и анализ должен

Таблица 1

Уровень	Тест интеллекта			Тест достижений		
	7 «А»	7 «Б»	7 «В»	7 «А»	7 «Б»	7 «В»
Ниже среднего	–	–	6,9	21,9	33,3	13,8
Средний	3,1	7,4	–	18,8	29,6	17,2
Выше среднего	18,7	33,3	48,3	28,1	14,8	20,7
Высокий	78,2	59,3	44,8	31,2	22,3	48,3

состоять из следующих компонентов: общая годовая балльная оценка ученика по математике, тестирование психолога, сравнительный анализ полугодовой и годовой контрольных работ, тестирование в конце года на уровень интеллекта и уровень достижений по математике, тестирование уровня мотивации.

С этой целью я выстроила свою работу следующим образом. Все письменные тесты и работы, математические диктанты по всем темам алгебры и геометрии, кроме обычной оценки, оценивались мною в баллах. Каждому заданию присваивался один балл. Например, в письменном тесте на повторение 6-го класса было всего 15 заданий, следовательно, максимально можно было получить 15 баллов.

В отдельную таблицу я записывала баллы каждого семиклассника по всем текущим работам за год. Из чего сложилась годовая балльная оценка по алгебре, по геометрии и общая. А далее просматривалась уже картина успеваемости по математике. Например, общий максимальный результат был равен 241 баллу. Ребята, набравшие более 200 баллов, имели ярко выраженные математические способности и обладали устойчивыми навыками; от 170 до 200 баллов набрали учащиеся с четкой математической мотивацией и хорошими навыками. Здесь необходимо отметить так называемый «балл отсутствия»: дети, пропускавшие много работ по болезни, выполняли их позже по желанию.

Три раза за год (в начале октября, в конце декабря и в мае) все 7-е классы тестировались психологом на уровень математических способностей.

Предлагались три различных теста: на числовые ряды, на логику математических рассуждений и на пространственное воображение. На каждом этапе опроса уровень сложности тестов возрастал. В таблице 2 представлены результаты тестирования. Очевидно, что способности не являются постоянными и неизменными, они формируются, развиваются, совершенствуются в процессе учения, связь и взаимовлияние умений и способностей велика.

Хочу отметить следующее. В общую годовую балльную оценку я намеренно не включала оценки за контрольные работы (тематические, полугодовую и годовую). Некоторые дети от одних слов «контрольная работа» теряются и не в полной мере проявляют свои способности. Это подтверждается анализом полугодовых и годовых контрольных работ в течение нескольких лет. Сравнительный анализ контрольных работ делался отдельно, но в общей системе. С другой стороны, достаточное количество тематических тестов, самостоятельных работ, насыщенных заданиями и ограниченными по времени, тренирует и психологически подготавливает учащегося 7-го класса к конкурсной контрольной работе.

Определение уровня мотивации проводилось мною два раза: в начале и в конце учебного года. В мае проводился тест, в который были включены три группы вопросов: отношение к математике; непосредственная активная деятельность; сформированность самостоятельности и ответственности. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 2

Уровень	7 «А»			7 «Б»			7 «В»		
	окт.	дек.	май	окт.	дек.	май	окт.	дек.	май
Ниже среднего	8	6	–	32	21	18	9	7	14
Средний	33	34	8	25	31	29	40	41	17
Выше среднего	48	49	25	28	34	25	42	42	24
Высокий	11	11	67	15	14	28	9	10	45

Таблица 3

Уровень	7 «А»	7 «Б»	7 «В»
Ниже среднего	–	9	3
Средний	5	15	8
Выше среднего	15	36	32
Высокий	80	40	57

В заключение подчеркну, что предложенный системный подход в оценке математических способностей, знаний, умений и навыков семиклассников позволил адекватно выявить учащихся, которые хотят и могут углубленно изучать математику, что и показало их дальнейшее обучение в старших классах.

### Литература

1. Кожухов С. Как провести отбор учащихся в класс с углубленным изучением математики // Математика в школе, № 4, 2000.
2. Крутецкий В.А. Опыт анализа способностей к усвоению математики у школьников // Вопросы психологии, № 1, 1959.
3. Корчевский В.Е. Тестовый метод оценки математических знаний и умений учащихся // Школьные технологии, № 3, 1999.
4. Метельский Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. — Минск: Вышэйш. школа, 1977.
5. Торндайк Э.Л. Вопросы преподавания алгебры. — М., 1934.

### ФОТО НА КОНКУРС



#### Витрувианский человек XXI века

Шестиклассники Е. Сидорова, М. Герасимова, М. Михайлова, К. Григорьев, А. Денисова и пришедший им на помощь девятиклассник А. Степанов проверят на себе выполнение золотого сечения.

Авторы: Е.К. Никифорова, Н.Ю. Сидорова, учителя Шибылгинской средней школы, Чувашская Республика

### ФОТО НА КОНКУРС

#### Ну, а что делать, коль доски не хватает?

В этом году у меня удивительные семиклашки. Класс небольшой, но есть очень разные дети.

Вот один из одаренных — Усов Роман. Он порой так увлекается при решении, что поза, которую вы видите на фото, для него не редкость. Это на уроке алгебры.

Автор: Т.В. Беляева, учитель математики Высокоярской средней школы Бакчарского района, Томская область





**ДИСТАНЦИОННЫЕ КУРСЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ  
ВНЕ ЗАВИСИМОСТИ ОТ МЕСТА ПРОЖИВАНИЯ  
(обучение с 1 сентября 2011 года по 30 мая 2011 года)**

**КОД ПРОФИЛЬНЫЕ КУРСЫ**

11-001	<i>Е.А. Бунимович, В.А. Булычев.</i> Вероятность и статистика в курсе математики основной школы
11-002	<i>А.В. Шевкин.</i> Текстовые задачи в школьном курсе математики (5–9-е классы)
11-003	<i>Н.Н. Решетников.</i> Тригонометрия в школе
11-004	<i>П.В. Чулков.</i> Уравнения и неравенства в школьном курсе математики
11-005	<i>И.М. Смирнова, В.А. Смирнов.</i> Геометрия на профильном уровне обучения
11-006	<i>А.В. Семенов, Е.В. Юрченко.</i> Система подготовки к ЕГЭ по математике
11-007	<i>Л.О. Рослова.</i> Методика преподавания наглядной геометрии учащимся 5–6-х классов
11-009	<i>Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Л.О. Рослова.</i> Экзамен для девятиклассников: содержание алгебраической подготовки

**КОД ОБЩЕПЕДАГОГИЧЕСКИЕ КУРСЫ**

21-001	<i>С.С. Степанов.</i> Теория и практика педагогического общения
21-002	<i>Н.У. Заиченко.</i> Методы профилактики и разрешения конфликтных ситуаций в образовательной среде
21-003	<i>С.Н. Чистякова, Н.Ф. Родичев.</i> Образовательно-профессиональное самоопределение школьников в предпрофильной подготовке и профильном обучении
21-004	<i>М.Ю. Чибисова.</i> Психолого-педагогическая подготовка школьников к сдаче выпускных экзаменов в традиционной форме и в форме ЕГЭ
21-005	<i>М.А. Ступницкая.</i> Новые педагогические технологии: организация и содержание проектной деятельности учащихся
21-007	<i>А.Г. Гейн.</i> Информационно-методическое обеспечение профессиональной деятельности педагога, педагога-психолога, работника школьной библиотеки
21-008	<i>А.Н. Майоров.</i> Основы теории и практики разработки тестов для оценки знаний школьников

Имеются два варианта учебных материалов дистанционных курсов: брошюры и брошюры+DVD.

Курсы, включающие видеолекции (DVD), помечены значком

Нормативный срок освоения каждого курса – 72 часа. Дополнительная информация – на сайте <http://edu.1september.ru>.

Окончившие дистанционные курсы получают удостоверение установленного образца.

Базовая стоимость курса (без учета скидок) составляет 1990 руб. для курсов без видеоподдержки и 2190 руб. – для курсов с видеоподдержкой.



**ОЧНЫЕ КУРСЫ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ  
ДЛЯ ЖИТЕЛЕЙ МОСКВЫ И МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
(обучение с 1 октября 2011 года по 30 декабря 2011 года)**

*Ю.В. Садовничий.* Подготовка старшеклассников к ЕГЭ и вступительным экзаменам по математике

*Г.А. Стохина.* Разрешение конфликтных ситуаций в образовательной среде

*Т.И. Цикина.* Технологии использования компьютерных средств при подготовке и проведении уроков и внеклассных мероприятий

Нормативный срок освоения каждого курса – 72 часа.

Дополнительная информация – на сайте <http://edu.1september.ru>

и по телефону (499) 240-02-24 (звонки принимаются с 15.00 до 19.00).

Окончившие очные курсы получают удостоверение государственного образца.

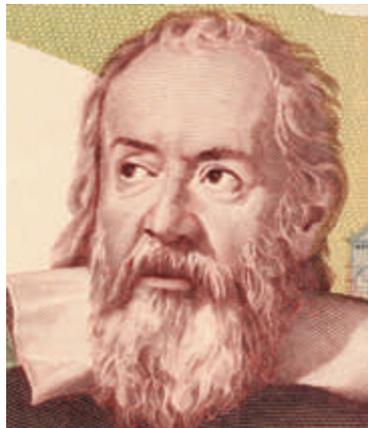
Базовая стоимость курса (без учета скидки) – 5400 руб.



Электронную заявку можно в режиме online подать  
на сайте <http://edu.1september.ru>. Это удобно и просто!



Карта Земли по Гекатею



Галилео Галилей

Georgios Kollidas / Shutterstock.com



Карта мира по Эратосфену

Е. КОНОВА,  
Т. НОВОКРЕЩЕНОВА,  
Москва

## 7 класс

# ИНТЕГРИРОВАННЫЙ УРОК ГЕОМЕТРИИ И ГЕОГРАФИИ

### Цели:

- мотивировать учащихся на изучение географии и геометрии;
- способствовать формированию мировоззренческих представлений;
- показать связь географии и геометрии;
- актуализировать знания учащихся по географии за курс 6-го класса и дать представление о материале курса географии 7-го класса;
- дать представление о предмете геометрии.

## Ход урока

**Учитель географии.** Ребята, этот интегрированный урок у нас с вами не первый. Вы, наверное, помните, что когда вы учились в 5-м классе, на интегрированном уроке природоведения и математики вы узнали, что ни одно открытие или исследование Земли не обходилось и не обходится без привлечения математических знаний, то есть изучение природы без математики просто невозможно.

**Учитель геометрии.** Сегодня на уроке вы узнаете, что многие исключительно математические понятия возникли, сформировались на основе наблюдения и изучения природных объектов; вы познакомитесь с новым для вас предметом — геометрией, узнаете, что роднит географию и геометрию.

**Учитель географии.** Давайте вспомним, где возникла наука география и из каких слов состоит название этой науки. «Гео» — земля, «графо» — пишу; география — это землеписание, или описание Земли, изучение Земли. Вспомним, с чем именно вы познакомились на уроках географии в курсе 6-го класса.

○ К материалу есть приложение на CD-диске.

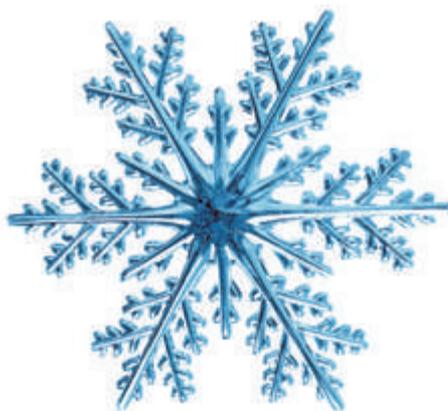
# 16



<http://www.geografika.ru/images/worldmaperatosfen.jpg>



Планета Земля имеет форму шара



У снежинки 6 осей симметрии

- Как люди изучали Землю?
- Как и кем делались географические открытия?
- Какие методы применялись и применяются для изучения происходящих на Земле явлений и процессов?
- Для чего людьми создавались карты?
- Чем карты древности отличаются от современных?

• Какие части света показаны на карте Гекатея?  
Познакомившись с земной поверхностью, мы с вами рассмотрели происходящие на ней явления и природные процессы.

- С какими природными явлениями вы знакомы?
- Какие приборы и приспособления применяли для изучения хода температур, ветра, атмосферного давления и других природных явлений и процессов? Как осуществляли измерения?

Без измерения размеров земной поверхности, значений температуры, атмосферного давления, силы ветра и многих других показателей человечество не имело бы современного представления о планете Земля. В 7-м классе мы с вами будем изучать закономерности процессов и явлений природы на материках и в океанах, а это невозможно без различного рода измерений. И проходить изучение будет в следующей последовательности (схема 1).

**Учитель геометрии.** Ребята, а мы с вами в этом учебном году приступаем к изучению нового предмета — геометрии.

- Как вы думаете, что в переводе с греческого языка означает слово «геометрия»?

Совершенно верно: «гео» — земля, «метро» — измеряю. Итак, «геометрия» в переводе с греческого означает «измерять землю». Геометрия зародилась в глубокой древности. Размечая землю, измеряя расстояния и площади, путешествуя, наблюдая за природой, человек применял знания о форме, размерах, взаимном расположении предметов, полученные из наблюдений и опытов. Почти все ученые древности и средних веков были знатоками и природы, и геометрии. Древнегреческий философ Платон одним из девизов своей школы провозгласил: «Не знающий геометрии, да не войдет сюда!». Было это примерно 2400 лет назад.

Так что же связывает географию и геометрию? В 5-м классе, изучая простые числа, мы с вами познакомились с методом получения простых чисел, который называют «решето Эратосфена». Греческий ученый Эратосфен был не только математиком, но и поэтом, философом, историком, а служил он библиотекарем в одной из первых в мире библиотек — Александрийской, находилась она в Египте, в городе Александрии. Книги в то время представляли собой папирусные свитки. В знаменитой библиотеке хранилось более 700 000 свитков, и содержали они все сведения о мире, известные людям той эпохи. Эратосфен первым рассортировал свитки по темам. Какое же отношение имеет этот ученый к географии?



Схема 1



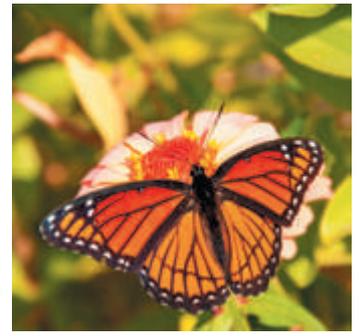
Морская звезда — пример живого организма, обладающего симметрией



Пчелы — экономные строители



Пример подобия — ветка папоротника



Бабочка — пример осевой симметрии и равенства

**Учитель географии.** Эратосфен известен тем, что ввёл в обращение сам термин «география»: так он назвал свою книгу, в которой представил первое систематическое научное изложение географии. Начал он с обзора того, что было достигнуто греческой наукой в этой области на тот момент. Он также высказал предположение, что если плыть от Гибралтара на запад, то можно доплыть до Индии (это предположение Эратосфена подсказало Колумбу идею путешествия). Эратосфен снабдил свое произведение географической картой мира.

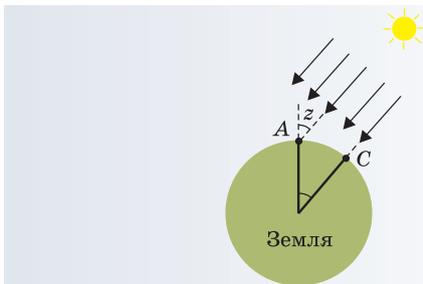
А еще он знаменит тем, что в 240 году до н.э. в день летнего солнцестояния провел эксперимент по измерению длины окружности Земли. Давайте разберемся, как он это сделал и какие знания ему для этого понадобились?

### Как Эратосфен измерял окружность Земли

1. Эратосфен знал, что в городе Сиене (ныне это город Асуан) в полдень в момент летнего солнцестояния (тогда это было 19 июня) солнечные лучи освещают дно самых глубоких колодезев. То есть в этот момент солнце располагается над Сиеной строго по вертикали.

2. Эратосфен знал, что Александрия находится севернее Асуана и примерно на той же долготе.

3. В день летнего солнцестояния он, находясь в Александрии, по длине тени установил, что угол падения солнечных лучей равен  $7,2^\circ$ . В круге  $360^\circ$ ; Эратосфен разделил  $360$  на  $7,2$  и получил  $50$ . Таким образом он установил, что расстояние между Сиеной и Александрией равно одной пятидесятой окружности Земли.



4. Затем Эратосфен определил фактическое расстояние между Сиеной и Александрией. В тех местах люди передвигались на верблюдах, а длину пройденного пути измеряли в стадиях. От погонщиков верблюдов он узнал, что расстояние между двумя городами составляет  $5\,000$  стадий.

5. Поскольку расстояние в  $5000$  стадий равняется, как заключил Эратосфен, одной пятидесятой окружности Земли, следовательно, длину всей окружности можно вычислить следующим образом:

$$5000 \text{ стадий} \cdot 50 = 250\,000 \text{ стадий.}$$

6. Если считать, что стадия равна  $157$  м, то длина окружности Земли равняется

$$250\,000 \cdot 157 \text{ м} = 39\,250\,000 \text{ м} = 39\,250 \text{ км.}$$

Согласно современным вычислениям длина окружности земного шара равна  $40\,008$  км.

**Учитель геометрии.** Геометрию называют «царицей наук», потому что с ней связаны многие другие науки. Так что же изучает геометрия? (*Работая с учащимися, учитель комментирует схему 2 справа налево.*)

Давайте посмотрим вокруг. Мы живем в пространстве трех измерений. Что это значит? Представим себе, что перед нами стоит дом, и мы хотим его описать. Мы говорим: «Этот дом длиной в три подъезда, шириной в два окна, высотой в шесть этажей». В общем, этого вполне достаточно, чтобы представить дом. Нам понадобилось задать три величины: длину, ширину и высоту. Эти три измерения мы используем, когда говорим об окружающих нас предметах.

• Какую геометрическую фигуру можно задать тремя измерениями: длиной, шириной и высотой?

Это прямоугольный параллелепипед. Многие предметы окружающего мира имеют форму прямоугольного параллелепипеда и их можно описать с помощью трех измерений. Символом трехмерного пространства, в котором мы живем,

можно считать куб — параллелепипед с равными измерениями. А теперь представим себе, что высота исчезла. Остались два измерения — длина и ширина. Весь мир стал плоским, как лист бумаги.

• Какие геометрические фигуры могут «жить» в этом двухмерном мире?

Например, квадрат. Его можно считать символом двухмерного пространства.

**Задание.** Разделите пополам тетрадный лист вертикальной чертой, слева напишите названия тех фигур (или начертите их), которые можно разместить в плоскости, а справа те, которые нельзя.

Прямая	Куб
Ломаная	Цилиндр
Отрезок	Шар
Луч	Сфера
Прямоугольник	Конус
Квадрат	Пирамида
Многоугольник	Параллелепипед

**Учитель геометрии.** Продолжим наши виртуальные эксперименты. Уберем и ширину, останется пространство с одним измерением — длиной, его называют одномерным. Этот мир полностью лежит на прямой. Давайте назовем его «жителей»: отрезки, лучи, точки. В удивительном мире геометрии существует фигура, которая не имеет измерений: ни длины, ни ширины, ни высоты.

• Вы догадались, что это за фигура?

Конечно, это точка. Изучение геометрии мы начнем с рассмотрения самых простых фигур: точки, отрезка, луча, прямой. Потом перейдем к изучению многоугольников и окружностей, то есть будем изучать плоские фигуры. Раздел геометрии, в котором рассматриваются свойства фигур на плоскости, называется «планиметрией». В старших классах мы будем изучать свойства фигур в пространстве, этот раздел геометрии называется «стереометрией». Для того чтобы начать изучение свойств плоских фигур и их взаимного расположения, необходимо

знать основные законы, по которым эти фигуры «живут» на плоскости. Первыми законами будут аксиомы — исходные положения, на основе которых путем рассуждений доказываются теоремы. Так же как большое здание складывается из маленьких кирпичиков, храм Геометрии складывается из простейших фигур, аксиом и теорем (схема 3).



**Учитель географии.** Великий ученый Галилео Галилей, он жил в XVI–XVII вв., сказал: «Великая книга природы написана на языке математики». Давайте убедимся в этом.

• Что такое Земля как космическое тело?

Когда говорят о форме поверхности Земли, не имеют в виду реальную поверхность. Вы знаете, что поверхность Земли неровная: на ней есть и высокие горы, и глубокие ущелья, и океанские впадины.

**Учитель геометрии.** А какую форму имеет Земля? Она плоская или объемная? Как вы думаете, чем отличается шар от сферы?

**Учитель географии.** Каждый из материков был открыт и освоен человечеством на разных этапах развития. С историей открытия и изучения материков мы с вами познакомимся на уроках географии в этом году. А сколько материков на Земле? Подпишите названия материков на контурной карте. На нашей планете много уникальных и красивых мест. Вот одно из них: посмотрите на фотографию озера Шавло на Алтае.

• Какие объекты природы вы видите на этой фотографии?

**Учитель геометрии.** Ребята, на этой фотографии мы видим, как горы отражаются в воде, словно в зеркале. С зеркальной симметрией вы сталкиваетесь каждый раз, когда подходите к зеркалу.



Схема 2

Более подробно с зеркальной симметрией вы познакомитесь чуть позже, но стоит отметить, что единственный пример зеркальной симметрии в природе — это отражение в зеркале воды.

**Учитель географии.** Есть и другие явления в природе, не менее восхитительные.

- Вспомните, какие существуют виды атмосферных осадков?

Самым удивительным и красивым из них является снег. И самое интересное, что снежинки никогда не бывают одинаковыми.

**Учитель геометрии.** Геометрия снежинки интересна тем, что каждая снежинка имеет 6 осей и центр симметрии.

**Учитель географии.** И в живой природе много удивительного. Морская звезда — пример живого организма с симметрией. Благодаря симметрии живой организм приобретает два жизненно важных качества: устойчивость и способность одинаково развиваться относительно оси или центра симметрии.

**Учитель геометрии.** Поскольку симметрия в природе подчиняется математическим и физическим законам, а они действуют во всей Вселенной, то и жители других планет обязательно должны обладать симметрией.

**Учитель географии.** Хранительницами душ считали в древние времена бабочек. Люди верили, что душа человека после его смерти, покидая тело, превращается в бабочку.

- Везде ли обитают бабочки? Какие виды бабочек вы знаете?

**Учитель геометрии.** Бабочка — пример осевой симметрии в живой природе: крылышки бабочки расположены симметрично относительно ее тела, и если бабочка сложит свои крылышки, то они полностью совпадут. С точки зрения гео-

метрии мы имеем еще и равенство фигур, в данном случае фигуры — крылышки бабочки.

- Какой пример осевой симметрии в природе вы можете привести еще?

**Учитель географии.** Живые организмы могут создавать уникальные по форме объекты. Примером служат пчелиные соты.

- В каких природных зонах обитают пчелы?

**Учитель геометрии.** Основа пчелиных сот — правильные шестиугольники. Математики доказали, что такая конструкция очень прочна и экономична. А создала ее сама природа.

**Учитель географии.** Растения различаются по форме листовой пластины. Одно из древнейших растений на Земле — папоротник.

- Где встречаются папоротники?

**Учитель геометрии.** Если рассмотреть ветку папоротника внимательно, то можно увидеть, что она составлена из отдельных листочков, одинаковых по форме, но разных по размеру. С точки зрения геометрии эти листочки подобны.

- Приведите еще примеры подобия?

Например, коралловые рифы.

**Учитель географии.** Ребята, это далеко не все объекты и явления природы, которые связаны с математикой. Но наш урок подошел к концу, а изучение природы только начинается, и вас ждут очень интересные открытия.

**Учитель геометрии.** И прежде, чем мы расстанемся с вами, пусть каждый попытается ответить на такие вопросы:

- Что для меня было главным на этом уроке?
- Что было интересным?
- Какие чувства возникли?

Спасибо вам за урок, и мы готовы выслушать ваши пожелания.



Отражение в воде — пример зеркальной симметрии в природе

В. КУЗЬМИНА,  
г. Тисуль, Кемеровская обл.

8 класс

# МАТЕМАТИКА И СЕЛЬСКОЕ ХОЗЯЙСТВО

## ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

Служить земле — одно из самых благородных и прекрасных дел. Вглядитесь в село или деревню, где вы живете, в родные поля, и спросите себя: «Что я могу сделать, чтобы они были еще лучше, краше, богаче?». И приложите руки к тому, чтобы еще прекраснее становилась с каждым днем наша Родина.

*Т.С. Мальцев, почетный академик ВАСХНИЛ*

Сельскохозяйственное производство — одна из наиболее важных отраслей народного хозяйства. Труд хлеборобов и животноводов должен обеспечивать нашу страну всеми необходимыми продуктами питания, обувью, сырьем для промышленности. В скольких профессиях, требующих образования и ума, нуждается современная деревня, но лишь немного из выпускников остаются работать на селе. Нужна государственная программа трудового обучения в школе, и обучение математике — одно из звеньев этого процесса.

Данный курс по выбору предназначен для учащихся 8-го класса сельской школы. Предполагается его продолжение в 9-м классе для учащихся, которые в дальнейшем выберут работу в сельском хозяйстве направлением своей профессиональной деятельности.

**Цель курса:** ориентирование учащихся на выбор агротехнического профиля при дальнейшем обучении в профильной школе.

Одна из особенностей курса в том, что данные, необходимые для решения многих задач курса, учащиеся узнают у своих родителей, в справочной литературе, обращаясь к сельхозработникам. Постоянное обращение к области практической деятельности, в которой трудятся родители учеников, является одним из средств воспитания у учащихся уважения к будущей профессии: к труду агронома, тракториста, комбайнера, овощевода, зоотехника.

### Примерное тематическое планирование

1. Математические понятия в сельском хозяйстве — 2 ч.
2. Экскурсия на сельхозпредприятие — 2 ч.
3. Решение задач на темы полеводства и овощеводства — 2 ч.



К материалу есть приложение на CD-диске.

# 21

4. Задачи о применении сельхозтехники — 2 ч.
  5. Статистика в сельхозпрактике — 2 ч.
  6. Решение задач с животноводческой тематикой — 2 ч.
  7. Решение задач повышенной сложности — 2 ч.
  8. Семинар — встреча с работниками сельхозпредприятия — 2 ч.
  9. Итоговое занятие — 1 ч.
- Итого: 17 ч.

## Методические рекомендации к некоторым занятиям

### Математические понятия в сельском хозяйстве

Математические понятия (например, длина, площадь, объем и др.) отражают свойства объектов материального мира. Это становится очевидным, как только мы обратимся к практике. Самая важная, самая насущная цель работника сельского хозяйства — урожай. Давайте зададим агроному вопрос: «Какова урожайность ржи с 1 га?». Как в самом вопросе, так и в ответе мы встречаемся с понятием «площадь фигуры». Со знательному усвоению понятия «площадь» будет способствовать и решение простейших задач с сельскохозяйственной тематикой.

**Задание.** Начертите прямоугольник. Представим, что это поле, размеры которого 2 км и 3 км. Вычислите размеры этого поля в гектарах. Предположим, что это поле будет засеяно озимой пшеницей.

*Подсчитайте:*

- а) Массу удобрений, которые надо внести в почву, если норма ... ц/га.
- б) Массу семян, чтобы засеять поле, если норма высева ... кг/га.
- в) Планируемый урожай зерновых с этого участка, если предполагаемая норма сбора зерна ... ц/га.
- г) Время, которое предполагается потратить на уборку урожая.

Данные, необходимые для решения задачи, учащиеся узнают у родителей или в справочной литературе.

Представления о площадях геометрических фигур, нарисованных на доске или вырезанных из бумаги, надо дополнить представлениями о площадях реальных земельных участков. Рекомендуется провести практическую работу «Измерение площади земельного участка». Это может быть школьный сад или спортивная площадка.

**Задание на дом.** Определите на глаз, а затем измерьте площадь домашнего земельного участка.

Можно ознакомить учеников с 2–3 таблицами, отражающими особенность сельскохозяйственного производства (например, табл. 1).

Таблица 1

Культура	Масса 1000 семян, г	Посев обычными семенами, кг/га
Свекла	17,0–35,0	12–16
Морковь	1,1–1,5	3–4
Брюква	2,2–3,8	1,5–2,5
Турнепс	1,6–2,8	1,2–2,6

На дом полезно предложить ученикам самим заполнить таблицу, например таблицу 2, отражающую специфику работы их родителей; можно воспользоваться другими источниками информации.

Таблица 2

Культура, сорт	Площадь, га	Урожайность, ц/га	Весь урожай, т

### Примеры задач

**1.** Пусть ежедневный удой от одной коровы  $a$  л. Сколько литров молока можно получить от этой коровы за неделю? Запишите выражение. Напишите три возможных величины переменной  $a$  и для каждой найдите значение выражения.

**2.** Пусть средняя урожайность картофеля  $m$  ц/га.

а) Напишите несколько возможных значений переменной  $m$ .

б) Какой урожай соберут с поля площадью 8 га, если  $m = 350$  ц/га?

в) Как изменится урожай, если средняя урожайность увеличится на 40 ц/га?

г) Как изменится урожай, если средняя урожайность увеличится в 1,5 раза?

**3.** С трех участков собрали урожай свеклы. С первого участка — 80 т, со второго — 180 т, а с третьего — 60 т. Какова средняя урожайность свеклы в хозяйстве, если площадь первого участка равна 5 га, второго — 9 га, третьего — 4 га?

**4.** На двух делянках выращивали лук. Средняя урожайность на первой делянке была 150 кг

с сотки, а на второй — 250 кг с сотки. Найдите среднюю урожайность лука в хозяйстве, если площадь первой делянки 5 соток, а второй — 3 сотки.

При решении таких задач выясняется, что продолжительность уборки урожая зависит от используемой сельхозтехники, погодных условий и т.п.; что урожайность на различных участках отличается по величине, поэтому указывают среднюю урожайность. Но и средняя урожайность в разные годы разная. Средняя урожайность зависит от качества обработки посевов, от сорта семян, от погодных условий и т.д. Выполняя эти упражнения, учащиеся узнают о работе своих родителей, об условиях, необходимых для хорошего урожая и своевременной его уборке.

## Экскурсия

*Цель:* ознакомление с сельскохозяйственными отраслями и профессиями, востребованными в данном хозяйстве.

*Задачи:*

- показать учащимся отраслевые особенности данного хозяйства;
- познакомить с представителями различных сельскохозяйственных профессий;
- узнать, какие математические знания нужны им в работе;
- показать значение данного хозяйства для жизни людей.

## Решение задач с сельскохозяйственной тематикой

### Зерновые культуры

#### Примеры задач

1. В хозяйстве 5900 га угодий. Пашня составляет 5300 га. Какую часть всех угодий составляет площадь пашни?
2. Сельхозугодьями занято 0,47 площади района. Какая часть площади этого района не занята землями сельскохозяйственного назначения?
3. На каждый гектар пашни было внесено 560 кг минеральных удобрений. Сколько тонн минеральных удобрений было внесено на 5221 га?
4. Урожайность зерновых на первом участке 25,4 ц/га, на втором — 24,6 ц/га, на третьем — 28,7 ц/га. Площадь первого участка 325 га, второго — 600 га, третьего — 157 га. Найдите массу зерна, собранного с этих участков, и среднюю урожайность.
5. Сельское хозяйство производит 64% валовой продукции района. Какую часть продукции

этого района производят остальные отрасли народного хозяйства?

6. В хозяйстве 3600 га пашни, 75% пашни занято пшеницей. Найдите площадь участка, занятого пшеницей.

7. На просушку отправили 34 ц зерна, в результате влажность зерна уменьшилась с 24 до 12%. Найдите массу зерна после просушки.

8. Урожайность зерновых в хозяйстве повысилась с 25,8 до 31,9 ц/га. На сколько процентов повысилась урожайность зерновых?

9. Ранней весной или осенью в Нечерноземной зоне посевы ржи подкармливают по замерзшей почве аммиачной селитрой. Сколько центнеров аммиачной селитры потребуется, чтобы подкормить 1525 га посевов ржи, считая, что на 1 га вносится 2,5 ц этого удобрения?

10. Масса 1000 зерен озимой ржи 34 г. Найдите среднюю массу одного зерна, количество зерен в 1 кг зерна.

11. На 1 рубль затрат, связанных с повышением качества зерна, выделено 3,16 р. из прибыли хозяйства. Какая сумма была затрачена на повышение качества зерна, если прибыль равна 1 000 000 р.; 10 000 000 р.

12. Для улучшения условий хранения зерна предусматривается выделить 1,5 млрд р. Это в 1,6 раза больше, чем выделялось прежде. Какая сумма за весь период существования сельхозпредприятия затрачена на улучшение условий хранения зерна?

*Задание на дом.* Домашнее задание целесообразно составить из задач с неизвестными данными, которые ученики узнают от родителей или из справочной литературы.

### Сельхозтехника

Полезно ознакомить учащихся с техническими характеристиками некоторых сельскохозяйственных машин. Например:

*Самоходный зерноуборочный комбайн СК-611 «Колос».*

Предназначен для уборки зерновых, зернобобовых, крупяных культур и семенников трав прямым и раздельным способом.

Пропускная способность 7 кг/с.

Производительность за 1 ч чистой работы 10 т зерна.

Рабочая скорость 1,07–7,4 км/ч.

Масса 8940 кг.

#### Примеры задач

1. Надо засеять поле площадью 432 га за 3 дня. Производительность сеялки 3,6 га/ч. Продолжительность работы — 8 ч в день. Сколько

сеялок потребуется для выполнения этой работы в срок?

2. Сколько часов потребуется для того, чтобы вспахать поле, площадью ... га на тракторе с плугом? Производительность агрегата равна ... га/ч.

3. Сколько дней должна продолжаться пахота на участке площадью ... га, если на пропашке работают ... тракторов? Производительность трактора с плугом ... га/ч. Продолжительность рабочего дня ... ч.

4. До обеда трактористы вспахали поле площадью 32 га. После обеда они каждый час пахали по 8 га. Составьте выражение для вычисления площади поля, вспаханного трактористами за дань, если после обеда они работали еще  $x$  ч. Вычислите значение полученного выражения, если  $x = 3; 4; 5$ .

5. Две автомашины перевезли 545 ц картофеля. Одна автомашина за один рейс перевозила 50 ц картофеля, вторая — 59 ц. За сколько рейсов был перевезен весь картофель?

6. За 8 ч работы тракторист вспахал участок площадью 8,4 га. Найдите площадь участка, который вспашет тракторист за 28,5 ч работы при той же производительности труда.

### Организация работ

Руководителям хозяйства приходится встречаться с практическими задачами, допускающими различные варианты решения. Умение выбрать правильное решение в конкретной ситуации — одно из необходимых качеств руководителя.

Приведем *пример упрощенной задачи*, выбор решения которой определяется жизненной ситуацией и с которой полезно познакомиться учащимся.

Механизованная полеводческая бригада с 10 сентября должна выполнить следующую работу:

• до 10 октября убрать 150 га посевов сахарной свеклы;

• до 30 сентября — 100 га посевов картофеля;

• до 20 сентября — 100 га посевов кукурузы;

• произвести вспашку зяби на площади 300 га.

*Первая задача*, которую должны решить в данной ситуации работники хозяйства (и ученики тоже), — это установить ежедневную норму выработки. Для этого надо выполнить следующие расчеты:

а) найти продолжительность вспашки зяби и продолжительность уборки сахарной свеклы, кукурузы;

б) вычислить площадь, с которой необходимо ежедневно убирать урожай.

Продолжительность уборки

• сахарной свеклы 30 дней (с 10 сентября до 10 октября),

• картофеля — 20 дней (с 10 по 30 сентября),

• кукурузы — 10 дней (с 10 по 20 сентября),

• вспашка зяби — 20 дней (с 10 по 30 сентября).

Ежедневно

свеклу должны убирать с площади  $\frac{150}{30} = 5$  га,

картофель — с площади  $\frac{100}{20} = 5$  га,

кукурузу — с площади  $\frac{100}{10} = 10$  га,

вспахивать зябь на площади  $\frac{300}{20} = 15$  га.

*Вторая задача* — рассчитать состав бригады. Допустим, чтобы выполнить в срок весь объем работ при 7-часовом рабочем дне, нужно иметь: трактористов — 18 человек, шоферов — 22 человека, рабочих на ручных работах — 168 человек.

(Приведенные выше расчеты сделаны специалистами, учитель лишь дает готовые данные.)

*Третья задача* — скомплектовать механизированную бригаду. Дело в том, что расчетные данные могут не соответствовать наличию рабочей силы, имеющейся в хозяйстве. Допустим, что в бригаду можно включить только 16 шоферов. При каких условиях может выполнить назначенный объем работы бригада? Объем работы может быть выполнен, если возрастет производительность труда на автомашинах. Предположим, что удалось поднять производительность труда на 20%. Подсчитайте, может ли в этом случае бригада выполнить всю работу в назначенный срок.

Приведенная задача условна, но она отражает те жизненные ситуации, которые встречаются на практике. Задача может быть усложнена. Например, число механизаторов будет несколько превышать требуемое, а число шоферов — меньше требуемого.

### Овощеводство

#### Примеры задач

1. В семенах белой горчицы содержится от 20 до 34% масла. Сколько масла можно получить из 200 кг семян белой горчицы, если считать, что сорт семян содержит 29% масла?

2. Из 526 кг подсолнечника получили 270 кг подсолнечного масла. Какой процент масла содержится в этом сорте семян подсолнечника?

3. По плану производство овощей в районе предусмотрено увеличить с 66 до 107 тыс. т. На

сколько процентов предполагается увеличить производство овощей?

4. Среднегодовая оплата труда овощеводов повысилась на 53% и составила 232 700 р. Найдите первоначальную среднегодовую оплату труда овощеводов.

5. По плану посадку овощей нужно закончить за 3 дня, однако ее закончили за 2 дня за счет применения новой техники. На сколько процентов повысилась производительность труда?

6. В хозяйства работает 2120 человек, из них в овощеводстве — 765. Сколько процентов составляют овощеводы от общего числа работников?

**Задание на дом.** Начертите план огорода. Выразите в процентах площадь, занимаемую каждой культурой. За 100% примите площадь всего огорода.

### Сельскохозяйственная статистика

Полезно познакомить учащихся с таблицами из сборника «Народное хозяйство России». Надо научить их читать и анализировать таблицы. Приведем пример таблицы урожайности яровой пшеницы (табл. 3).

#### Вопросы и задания по таблице 3

1. Пусть средняя урожайность яровой пшеницы  $x$  ц/га.

а) Напишите три значения переменной  $x$ .

б) Чему равно значение  $x$ , если это значение — средняя урожайность яровой пшеницы в 1990 г.?

в) Составьте выражение для вычисления массы яровой пшеницы, собранной с 1000 га. Най-

дите урожай яровой пшеницы, собранной с 1000 га в 1980 г.

2. а) На сколько тонн урожай яровой пшеницы с 1000 га в 1980 г. больше урожая яровой пшеницы с той же площади в 1913 г.?

б) Примите за 100% урожайность яровой пшеницы в 1913 г. На сколько процентов увеличилась урожайность яровой пшеницы в 1980 г. по сравнению с 1913 г.?

3. Постройте диаграмму урожайности яровой пшеницы.

4. Составьте выражение для вычисления урожая пшеницы, собранного с  $x$  га в 2000 г. Какой урожай яровой пшеницы собран в этом году с площади 100 га; 200 га; 2000 га?

В сельском хозяйстве важно знать продолжительность периода (в днях), в течение которого температура воздуха превышает заданную, что необходимо для правильного выбора сортов зерновых, овощей, корнеплодов, которые целесообразно сажать в данной местности, для определения сроков посевов и уборки урожая.

#### Задания по таблице 4

1. Используя географическую карту и данную таблицу, найдите для вашей местности продолжительность периода (в днях) с положительной и отрицательной температурой (в °С). Если этого нельзя сделать по заданной таблице, то постарайтесь получить необходимые данные у взрослых или из других источников.

2. Выясните, какое практическое значение для сельского хозяйства имеет продолжительность осеннего и весеннего периодов изменения температуры от 0 до 10 °С.

Таблица 3

Годы	1913 г.	1940 г.	1965 г.	1970 г.	1980 г.	1990 г.	1995 г.	2000 г.
Пшеница яровая, ц/га	7,3	6,6	5,5	12,3	13,3	14,1	14,7	15,2

Таблица 4

Метеорологическая станция	Продолжительность периода, суток						Температура, °С		
	с температурой, °С						безморозно	абсолютный максимум	абсолютный минимум
	выше 0	выше 5	выше 10	выше 15	от 1 до 10, весна	от 1 до 10, осень			
Архангельск	186	136	90	28	47	46	118	34	-45
Вологда	204	160	116	58	41	47	108	34	-49
Кострома	205	165	124	67	36	45	135	37	-48

Таблица 5

Время, ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Температура, °С	4	3	2	0	-1	-4	-1	-1	0	4	6	7	8	7

Таблица 6

Дни	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Температура, °С	-2	-1	0	-1	0	2	5	5	4	3	4	4

3. Выясните, какое практическое значение имеет знание абсолютного минимума и максимума температур.

По данным наблюдений за температурой воздуха через каждый час была составлена таблица 5.

Рассматривая ее, можно узнать, как изменялась температура воздуха. Более наглядные представления можно получить, если по данным таблицы построить график.

**Задания по графику к таблице 5**

Пользуясь графиком, запишите:

- а) Какой была температура воздуха в 2 ч и 5 ч?
- б) В котором часу была самая низкая температура?
- в) В котором часу была самая высокая температура?
- г) В котором часу температура была 7 °С?
- д) В котором часу температура была равна нулю?
- е) Назовите промежуток времени, в течение которого температура была ниже нуля.
- ж) Назовите промежуток времени, в течение которого температура была выше нуля.

**Задание на дом.** Пользуясь данными таблицы 6, постройте график средней температуры воздуха в течение третьей декады марта.

По данным графика найдите:

- а) Промежутки времени, в течение которых температура воздуха повышалась.
- б) Промежутки времени, в течение которых температура воздуха понижалась.
- в) Дано неравенство  $y < 4$ , где  $y$  — температура воздуха. Перечислите даты, для которых оно верно.

**Животноводство**

В таблице 7 приведены некоторые справочные данные по питательности кормов для скота.

Питательность показывает, сколько кормовых единиц содержится в 1 кг корма. За кор-

мовую единицу принято питательное вещество 1 кг овса. Например, 1 кг клеверозлакового сена содержит до 0,50 кормовых единиц. Это значит, что 1 кг овса равноценен 2 кг клеверозлакового сена. Определяя рацион, надо учитывать не только число кормовых единиц в 1 кг, но и физиологические особенности животного. Приведем таблицу, которая используется при составлении суточного рациона кормления коров (табл. 8).

**Примеры задач**

- 1. Сколько смеси концентратов надо на корм 40 коровам, если среднесуточный удой каждой коровы 20 кг?
- 2. Сколько сена, овсяной соломы и силоса потребуется на корм 10 коровам, если среднесуточный удой каждой коровы 5 кг?
- 3. Сколько всего кормовых единиц содержится в рационе лошади, если ей дают ... кг овса, ... кг

Таблица 7

Корм	Питательность
Сено:	
люцерновое	0,45–0,54
клеверозлаковое	0,40–0,50
Силос:	
кукурузный	0,20–0,26
вико-овсянной	0,18–0,30
Сенаж:	
из люцерны	0,35
из клеверозлаковых трав	0,30–0,37
Гранулы	0,65
Комбикорм	1,0
Солома	0,22–0,36
Травяная мука	0,7–0,8
Зерновая смесь	1,15–1,30

Таблица 8

Суточный удой, кг	Корм, кг						Кормовых единиц в рационе
	сено	солома овсяная	силос	свекла	морковь	смесь	
до 4 кг	5	3	20	–	–	–	6,19
4–6	5	3	25	–	–	–	6,94
6–8	5	3	30	5	–	–	8,19
8–10	5	3	30	10	–	0,5	9,19
10–12	5	3	30	15	–	1,0	10,19
12–14	5	2	30	20	1	1,5	11,04
14–16	5	2	20	20	2	2,5	12,17
16–18	5	2	30	20	2	3,5	13,17
18–20	5	2	30	20	3	4,5	14,30

сена и ... кг других питательных веществ, содержащих ... кормовых единиц?

4. На прокорм молодняку ежедневно уходит ... кг сенажа, ... кг силоса и ... кг других продуктов питания, содержащих ... кормовых единиц. Сколько всего кормовых единиц в питании скота?

5. Сколько кормовых единиц содержится в питании одной коровы, которое она получает в течение 180 дней, если в питании одного дня содержится 12,17 кормовых единиц? Составьте рацион для одной коровы.

6. На 100 га сельскохозяйственных угодий произведено 425,5 ц молока и 140,7 ц мяса. Сколько молока и мяса получено с 4807 га сельскохозяйственных угодий?

7. В колхозе 750 коров. Среднегодовой удой молока от одной коровы 3275 кг. Сколько килограммов молока получено в колхозе за год?

8. За 10 дней масса поросенка увеличилась с ... до ... кг. Найдите среднесуточный привес поросенка.

9. Качество сена определяется Государственным стандартом. В сене первого класса не должно быть более 5% несъедобных примесей. Выясните, можно ли отнести к первому классу сено, если в 55 кг содержится 2,5 кг несъедобных примесей.

**Задание на дом.** Узнайте у родителей или из других источников неизвестные величины в задачах 3, 4, 8 и решите их.

#### Задачи повышенной сложности с сельскохозяйственной тематикой

1. Ягоды весили 150 кг, воды в них было 99%. Через некоторое время воды стало 98%. Сколько стали весить ягоды?

2. Зарплата рабочего сначала увеличилась на 30%, затем снизилась на 10% и еще раз на 20%. Больше или меньше стал получать рабочий по сравнению с первоначальной зарплатой?

3. Трава на лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 32 коровы поели бы ее за 18 дней, а 20 коров — за 42 дня. Какое максимальное количество коров можно пасти на этом лугу постоянно?

4. Одна косилка выкашивает поле за 4 ч, а вторая — за 3 ч. За сколько времени, работая одновременно, обе косилки скосят 70% этого поля?

5. Предприниматель взял в банке кредит. Ежеквартально банк начисляет на сумму за-

долженности на конец квартала  $p\%$ . По окончании квартала предприниматель вернул 50% первоначально взятой суммы, а по окончании второго — 57,75% первоначально взятой суммы и полностью рассчитался с банком. Какова была процентная ставка  $p$ ?

6. Шесть коров за 3 дня съедают траву на участке 0,2 га, 8 коров съедают за 4 дня траву на участке 0,3 га. Сколько дней могут пасти 12 коров на участке 0,6 га?

7. Около дома посажены березы и тополя, всего более 14. Если увеличить в два раза посадки тополей, а берез на 18, то берез станет больше. Если увеличить в два раза количество берез, не изменяя количество тополей, то тополей будет больше. Сколько тополей и берез посажено возле дома?

А. АРТЕМЕНКО,  
Ю. КРЫМСКИХ,  
Л. НИКОЛАЕНКО,  
г. Камень-на-Оби, Алтайский край

# АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА

## ОСНОВА НАДПРЕДМЕТНЫХ ПРИЕМОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

■ Одним из направлений осуществления межпредметных связей для совершенствования учебного процесса является теоретическое обобщение знаний и активизация познавательной деятельности в методах и приемах обучения, а также сотрудничество учителей разных предметов в формах его организации. Специальное формирование обобщенных приемов умственной деятельности, к которым относятся приемы алгоритмического типа и эвристические приемы, соответствует одному из принципов развивающего обучения.

Покажем на примере способы реализации надпредметных приемов учебной деятельности через сотрудничество учителей английского языка, русского языка и математики нашего лицея при формировании алгоритмической деятельности и алгоритмической культуры учащихся.

**Алгоритм** — точное предписание, определяющее процесс перехода от исходных данных к искомому результату.

Алгоритм обладает тремя свойствами:

- определенностью (общепонятностью и точностью);
- массовостью (возможностью исходить из меняющихся условий);
- результативностью (направленностью на получение искомого результата).

**Алгоритмическая деятельность** — пошаговое выполнение учащимися указаний, предусмотренных алгоритмом.

Вопрос использования алгоритмов в обучении таким предметам, как математика и иностранный язык, ставился уже в 70-х годах XX в. известным американским ученым Ланда. Эти два предмета стоят рядом вовсе не случайно. Язык, как и математика, представляет собой систему, состоящую из элементов. Чем более логична и структурирована эта система, тем более удобна она для составления алгоритмов.

Алгоритмическая деятельность на уроках математики наблюдается с начальной школы. На этом этапе обучения она воспринимается как формальное выполнение каких-либо правил для решения задачи и рассматривается как тренировка в выполнении заранее указанных действий, например, для решения типовых задач, для привития вычислительных навыков. Поиск и формулировка алгоритмов, правил, предписаний по решению задач

# 28

издавна относится к математике. Ученики работают с алгоритмами нахождения процента от числа, наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного, сложения дробей с одинаковыми знаменателями, нахождения наибольшего и наименьшего значений функции; алгоритмом исследования функции на четность, на монотонность; алгоритмом составления уравнения касательной к графику функции и т.д.

На уроках русского языка алгоритм в качестве особого типа наглядности дополняет систему правил орфографии, имеющих в учебнике. Система алгоритмов, представляющих собой однозначно понимаемые, логически четко составленные предписания о реализации правил орфографии, является эффективным средством успешного изучения орфографии, а следовательно, повышения уровня грамотности учащихся. На уроках русского языка ученики работают с алгоритмами правописания *о* и *е* после шипящих в корне слова, правописания суффиксов и окончаний; правописания *ь* после шипящих в именах существительных, прилагательных, наречиях, частицах; с алгоритмом правописания суффиксов *-к-*, *-ск-* в именах прилагательных и т.д.

Рассмотрим алгоритмы правописания букв *з*, *с* на концах приставок.

Найди в слове приставку и корень	
↙	↘
Корень начинается с глухого согласного	Корень начинается с звонкого согласного
↓	↓
Пиши в приставке <i>-с</i>	Пиши в приставке <i>-з</i>

Конечно, нельзя считать, что будто бы можно составить алгоритмы на все аспекты лингвистики (хотя почему нет?) и изучить язык. Но нам кажется, что любой учитель английского языка согласится с нами в том, что английская грамматика является той областью, где применение алгоритмов возможно и необходимо. «Возможно», поскольку грамматика английского языка представляет собой логически выстроенную систему. «Необходимо», поскольку именно она вызывает трудности у учащихся из-за своей огромной непохожести на грамматику родного языка.

Так, например, английские предложения имеют фиксированный порядок слов, где четко обозначено место каждого члена предложения, а его замена может «обрушить» всю конструкцию. Система образования английских видо-временных форм может быть названа «таблицей умножения», выраженной не числами, а словами. Изучение лексики через алгоритмы очень затруднительно из-за полисемантической многих еди-



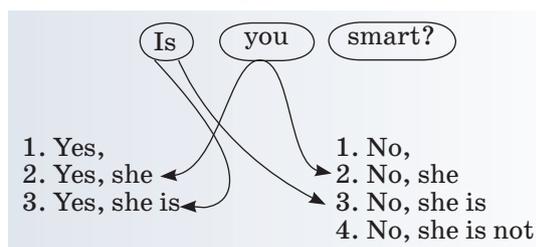
Фото Н. Куксиной

Осваиваем алгоритмы геометрических построений

ниц, а также из-за влияния контекста на выбор лексических единиц. Хотя в своей работе Ланда предложил алгоритм усвоения различия в употреблении таких глаголов, как *to suggest* и *to offer*. Поэтому отдельные синонимы, вызывающие трудности у учащихся, могут изучаться через алгоритмы.

При изучении предметного материала потребность в использовании алгоритмов особенно актуальна. Многие учителя-практики сталкивались с такой ситуацией, когда учащийся знает правило и с легкостью может рассказать его, но применить его, увы, может не всегда. Суть большинства правил заключается в том, чтобы максимально точно и кратко передать информацию. Хорошо, если это правило является так называемым одношаговым алгоритмом, например «ЖИ, ШИ пиши с И», но многие правила требуют прописывания механизма или алгоритма работы с ними.

Приведем алгоритм образования краткого ответа на общий вопрос:



Данный алгоритм может быть прописан следующими шагами:

1. Решаем, будет на данный вопрос ответ «Yes» или «No».
2. Определяем подлежащее и меняем его на соответствующее личное местоимение (если оно им не выражено).
3. Ставим глагол, с которого начинается общий вопрос.
4. Если краткий ответ начинался со слова «No», то в конце ответа ставится «not».

\* Исключениями для приведенного выше алгоритма будут вопросы «Are you / Were you ...?»

Все алгоритмы в курсе математики формулируются в свернутом виде: в виде правила или формулы. Часто алгоритм содержится в неявном виде в теореме, определении. Чтобы ученик мог применить алгоритм к решению конкретной задачи, он должен уметь вычленивать этот алгоритм из определения, теоремы или увидеть его в правиле, формуле, а затем развернуть этот алгоритм в пошаговую программу. Можно сказать, что правила, теоремы, определения являются инструментами, с помощью которых ученик может сам или под руководством учителя «открыть» алгоритм. Например, при изучении теоремы «Если приведенное уравнение с целыми коэффициентами имеет рациональный корень, то этот корень является целым числом» можно составить алгоритмическое предписание решения уравнения  $x^3 + 2x^2 - 7x - 12 = 0$ :

1) если корень существует, он находится среди делителей числа 12;

2) найдем корень методом исчерпывающих проб:  $x = -3$ ;

3) левую часть уравнения разложим на множители:  $(x + 3)(x^2 - x - 4) = 0$ ;

4) получим совокупность уравнений:  $x + 3 = 0$  или  $x^2 - x - 4 = 0$ ;

5) решим второе уравнение по известным алгоритмам;

6) получим ответ.

Алгоритмическая деятельность учащихся должна охватывать не только выполнение указанных алгоритмов и предписаний, но и помогать им в выборе алгоритма для решения конкретной задачи, учить составлению из множества изученных правил последовательности шагов, приводящих к решению задачи, применять известные алгоритмы к решению нестандартных задач. Например, при выполнении задания «Решить уравнение  $|x - 1| = 4 - 3|x - 2|$ » можно составить следующий план (алгоритмическое предписание) решения:

— найти значения переменной, при которых обращаются в нуль выражения, стоящие под знаком модуля;

— отметить найденные значения на числовой прямой;

— раскрыть каждый модуль на каждом промежутке и получить совокупность линейных уравнений;

— решить каждое уравнение и произвести отбор корней;

— записать ответ.

Таким образом, алгоритмическая деятельность является важной составной частью не

только математического образования, но и лингвистического и любого другого. Необходимо развивать общее умение выполнять алгоритмические предписания — независимо от предмета и рамок его изучения. Это умение мы и рассматриваем как алгоритмическую культуру и понимаем под ним развитие личности, охватывающее ее знания, способности, навыки, привычки и волевые качества.

Алгоритмы могут быть использованы не только при изучении предметного материала, но и при формировании навыков работы с тем или иным заданием. Так называемые памятки по работе с различными типами заданий, по мнению профессора Е.Н. Солововой, «можно рассматривать как алгоритм, который поможет *избежать потери времени* на экзамене, *повысить осознанность действий и концентрацию внимания на ключевых моментах* каждого задания». Выполнение заданий с опорой на эти «пошаговые рекомендации», четкое следование им ведет к формированию необходимого навыка, то есть автоматизма».

Для решения нестандартных образовательных задач учащиеся должны изобрести (составить) план их решения. Для составления такого плана можно предложить учащимся предписание:

1. Четко выделите себе, что дано и что надо найти.

2. Убедитесь, что понятны каждое слово, каждый термин из текста задачи, замените термины их определениями.

3. Попробуйте понять, как выглядит конечный результат, что он собой представляет.

4. Утверждение кажется сомнительным — испытайте его на правдоподобие: попробуйте построить контрпример.

5. Попробуйте ввести новые переменные (или преобразовать данные), а затем найдите способы исключить их.

6. Постарайтесь переформулировать задачу. Может быть, в новой формулировке задачу легче будет решить.

7. Подумайте, можно ли из задачи выделить подзадачу, которую вы уже умеете решать.

8. Привлекайте аналогию. Постарайтесь вспомнить, встречалась ли раньше подобная задача.

9. Привлекайте индукцию. Спросите себя, в каких случаях вы сможете решить данную задачу.

10. Используйте известные вам общие методы решения задач: анализ и синтез, метод моделирования, метод исчерпывающих проб, метод от противного.

11. Обсуждайте метод решения с товарищами, выбирайте рациональное решение.

Для развития алгоритмической культуры следует использовать возможности, заложенные в программы учебных предметов. Чтобы понять алгоритм или самостоятельно «открыть» и сформулировать его, ученик должен обладать способностью к логическому мышлению. Кроме того, необходимо умение четко выражать свои мысли и описывать выполняемые действия. Значит, обязательным условием алгоритмической культуры является хорошее развитие речи. Поэтому каждый учитель должен обращать внимание на речь ученика, на ее точность, краткость, логическую полноту и обоснованность рассуждений. Культура речи должна воспитываться с детства. Речь должна быть убедительной, краткой, ясной, возбуждающей мысль и эмоции. Чтобы говорить, надо знать то, о чем хочешь сказать, а чтобы знать, надо научиться. И опять можно применить предписание, позволяющее научиться учиться:

— вникай на каждом шаге обучения в смысл изучаемого;

— сначала пойми, а потом запомни изученное;

— стремись проникнуть в суть изучаемого материала настолько, чтобы получить возможность самостоятельно решать возникающие задачи;

— учись проверять каждый шаг своих рассуждений;

— старайся проговорить, прописать то, чему научился.

Умение стилистически правильно излагать свои мысли и приводить их в систему нужно не только для иностранного или русского языка, но и для остальных предметов, в том числе и для математики. Хорошо оформленная письменная работа учащегося — его успех и успех учителя, обучавшего его.

В любой области деятельности возникает потребность в составлении определенных инструкций, предписаний, правил. Но если составляет эти предписания не каждый, то строго придерживаться установленных правил должен каждый человек, так как на каждом шагу он выполняет какие-то правила, отражающие организацию общественной жизни. Воспитательная роль учебных предметов заключается в том, что они приучают ученика и четко формулировать правила, и строго выполнять их.

Опасения относительно того, что развитие творческих способностей ребенка будет сдерживаться из-за алгоритмизации обучения, вряд ли можно считать серьезными. Во-первых, несмо-

тря на то, что алгоритм — универсальный инструмент работы с предметным материалом и развития логического мышления учащегося, есть целый ряд учебных дисциплин, где применение алгоритмов ограничено. Во-вторых, можно говорить о разных этапах работы с алгоритмами:

1-й этап — использование учащимся уже готового алгоритма;

2-й этап — модификация учащимся предлагаемого или ранее изученного алгоритма;

3-й этап — составление собственного алгоритма.

Конечно, не каждый учащийся способен дойти до 3-го этапа, но и нельзя перескочить на него, минуя предыдущие два.

Формирование приемов мыслительной деятельности алгоритмического типа является необходимым условием развития мышления, эти приемы служат тем фондом знаний, из которого ученик может черпать материал для создания методов решения новых для него задач.

Развитие алгоритмической культуры представляет собой непрерывный процесс, который никогда не следует считать завершенным. Результат деятельности человека в любой области знаний зависит от того, насколько четко он осознает алгоритмическую сущность своих действий: что он делает, в какой последовательности и каков ожидаемый результат его действий. Все это определяет культуру мышления человека, характеризующуюся умением составлять и использовать в своей деятельности различные алгоритмы, и хотя в примерной программе по математике поставлена цель «развитие логического мышления, алгоритмической культуры, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования...», ясно, что достичь ее можно только в сотрудничестве с учителями разных предметов.

## Литература

1. *Жиленко А.Г.* Использование алгоритмов при изучении орфографии // РЯШ, 2002, № 5.

2. *Манвелов С.Г.* Конструирование современного урока математики. — М.: Просвещение, 2002.

3. *Соловова Е.Н., John Parsons.* Английский язык. ЕГЭ — тематические тестовые задания уровня А, В, С. — М., 2010.

4. *Финкельштейн В.* Когда задача не выходит... — М.: Школа-Пресс, 1999. — (Библиотека журнала «МВШ», выпуск 11).

5. *Энциклопедический словарь юного математика.* — М.: Педагогика, 1989.

# Годовая подшивка газеты

## «МАТЕМАТИКА»

### на компакт-диске

#### ПОЛНАЯ ПОДБОРКА МАТЕРИАЛОВ ЗА 2010 ГОД

ПОВТОРНЫЙ ТИРАЖ ПОДШИВКИ ЗА 2009 ГОД

А ТАКЖЕ ТЕМАТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ И ПОДШИВКИ ДРУГИХ ГАЗЕТ ИД «ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ»

Удобная система навигации и поиска: материалы можно выбрать по тематике, рубрике или по номеру газеты.

Для пользователей любого уровня: ключи и работы — не требуются установка и место на винчестере.

Компакт-диск пригоден для работы на компьютерах даже устаревшей конфигурации (Windows-95 и выше).

Стоимость диска включает доставку. Рассылка производится только на территории РФ.



#### КУПОН

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ!

ФАМИЛИЯ

ИМЯ

ОТЧЕСТВО

ИНДЕКС  АДРЕС

#### ЭТИ ДИСКИ МОЖНО ПРИОБРЕСТИ:

- заполнив купон и отправив его в конверте с пометкой «Книга — почтой» по адресу: ИД «Первое сентября», ул. Киевская, д. 24, г. Москва, 121165
- заказав по телефону: (499) 249-47-58
- заказав по электронной почте: [podpiska@1september.ru](mailto:podpiska@1september.ru)
- заказав на сайте: [www.1september.ru](http://www.1september.ru)

	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Цена за один диск с доставкой	299 руб.	299 руб.	299 руб.	299 руб.	399 руб.	399 руб.	499 руб.	699 руб.
Английский язык	x	x	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.
Библиотека в школе	x	шт.						
Биология	шт.							
География	шт.							
Дошкольное образование	x	шт.						
Здоровье детей	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Информатика	x	x	x	x	x	x	x	шт.
Искусство	x	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
История	шт.							
Классное руководство и воспитание школьников	x	x	x	x	x	шт.	шт.	шт.
Литература	шт.							
Математика	x	x	x	x	x	x	шт.	шт.
Начальная школа	x	шт.						
Немецкий язык	x	x	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.
Русский язык	шт.							
Спорт в школе	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Управление школой	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Химия	шт.							
Физика	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Французский язык	x	x	x	x	шт.	шт.	шт.	шт.
Школьный психолог	шт.							

#### ТЕМАТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ

Цена за один диск с доставкой – 399 руб.

- Газета «Начальная школа»
- «50 лет системе Л.В. Занкова» — шт.
- «1001 ёлка на Новый год» — шт.
- Газета «Школьный психолог»
- «Тренинг в теории и на практике» — шт.
- Газета «Школьный психолог»
- «Тест со всех сторон» — шт.
- Газета «Литература»
- «Консультации по темам экзаменационных сочинений» — шт.

Цены действительны до 31 августа 2011 года

В. ПАРШЕВА,  
г. Северодвинск

# УЧЕБНЫЙ ПРОЕКТ КАК ИНТЕГРАТИВНЫЙ МЕТОД ОБУЧЕНИЯ

Искусство, которое я излагаю, ново или по крайней мере было настолько испорчено временем и искажено влиянием варваров, что я счел нужным придать ему совершенно новый вид.

Ф. Виет

Образование — это то, что останется, когда все выученное забудется.

Б.-Ф. Скиннер

В числе приоритетных задач современной системы образования особую значимость приобрела задача развития критического и творческого мышления ученика, приобщение его к достижениям информационного общества и формирование умения самостоятельно конструировать собственные знания. Возникла новая для образования проблема: подготовить человека, умеющего находить и извлекать необходимую ему информацию в условиях ее обилия, усваивать ее в виде новых знаний. Для решения этой проблемы необходимо применение новых педагогических подходов и технологий в общеобразовательной школе.

Метод проектов декларируется сейчас как одна из наиболее эффективных инновационных технологий, позволяющих развивать широкий спектр компетенций одновременно, а также прививать учащимся вкус к творчеству и исследованиям. В его основе лежит умение ориентироваться в информационном пространстве и самостоятельно конструировать свои знания.

Одним из важных условий успешной реализации учебных проектов является формирование у учащихся мышления высокого уровня. Под мышлением высокого уровня понимается такой стиль мыслительной деятельности, когда ученик умеет анализировать и синтезировать информацию, делать логические выводы, строить доказательства, критически перерабатывать факты, грамотно представлять результаты выполненных исследований.

Проектная деятельность учащихся может быть индивидуальной, парной или групповой. Работа выполняется в течение определенного (заданного) отрезка времени и направлена на решение конкретной проблемы. Основные условия применения метода проектов сводятся к следующему.

- Существование некой проблемы, требующей решения путем исследовательского поиска и применения интегрированного знания.
- Значимость предполагаемых результатов (практическая, теоретическая, познавательная).
- Применение исследовательских (творческих) методов при выполнении проекта.
- Структурирование этапов выполнения проекта.
- Самостоятельная деятельность учащихся в ситуации выбора.

Все математики знали, что под их алгеброй и альмукабалой были скрыты несравненные сокровища, но не умели их найти: задачи, которые они считали наиболее трудными, совершенно легко решаются с помощью нашего искусства.

Ф. Виет

С точки зрения учителя, учебный проект — это интегративное дидактическое средство развития, обучения и воспитания, которое позволяет вырабатывать и развивать специфические умения и навыки у учащихся, а именно, учить:

— проблематизации (рассмотрению проблемного поля и выделению подпроблем, формулированию ведущей проблемы и постановке задач, вытекающих из этой проблемы);

— планированию содержательной деятельности ученика;

— самоанализу и рефлексии (результативности и успешности решения проблемы проекта);

— представлению результатов своей деятельности и хода работы;

— презентации в различных формах с использованием специально подготовленного продукта проектирования (макета, плаката, компьютерной презентации, чертежей, моделей, театрализации, видео, аудио и сценических представлений и др.);

— поиску и отбору актуальной и необходимой информации для усвоения необходимого знания;

— практическому применению школьных знаний в различных, в том числе и нетиповых, ситуациях;

— выбору, освоению и использованию подходящей технологии изготовления продукта проектирования.

В процессе работы учащиеся вовлекаются в так называемую проектную деятельность, направленную на освоение профессионального опыта проектировщиков, конструкторов, дизайнеров и т.д. и овладение специальными (креативными) умственными действиями и операциями.

Каковы же основные требования, предъявляемые к организации учебного проекта?

• Проект создается по инициативе учащихся и должен быть значимым для них и для их ближайшего окружения.

• Решаемая с его помощью проблема и предлагаемые результаты должны иметь практическое (возможно, и теоретическое) значение.

• Работа учащегося над проектом является самостоятельной и носит исследовательский характер.

• Проект планируется и разрабатывается заранее исходя из конкретных целей и задач; изменения допускаются в процессе его осуществления.

Итак, метод проектов позволяет создать условия, при которых школьники, с одной стороны, могут самостоятельно осваивать новые знания

и способы действия, а с другой — применять на практике ранее приобретенные знания и умения. При этом основной упор делается на творческое развитие личности.

Учебный проект, как правило, предполагает коллективную форму деятельности. Одна из его основных задач — осуществление межпредметных связей и создание некоторого образовательного продукта в процессе взаимодействия учащихся друг с другом и с учителем. Составление перечня вопросов, определение задач работы, выбор методов изучения обозначенной проблемы и способов презентации проекта, распределение ролей и обязанностей между его участниками — все это осуществляется в процессе коллективного обсуждения. При этом учитель выступает при обсуждении и принятии решений в качестве старшего товарища и компетентного консультанта. С обучающей деятельности учителя акцент переносится на познавательную деятельность ученика: учитель задает «пространство» возможных целей и путей их достижения, ученик выбирает те, что наиболее соответствуют его индивидуальности. Таким образом создаются условия для непрерывного самообразования, интеллектуального и творческого развития учащихся.

Опыт показал, что проекты лучше осуществлять внеурочно или урочно-внеурочно, то есть часть работы проделать на уроке (например, погружение в проект), остальное сделать вне уроков. Возникает вопрос: с чего начать?

**При решении задач с помощью уравнений в 7-м классе у учащихся возникла проблема, связанная с решением задач на проценты.**

Было решено создать проект, с помощью которого возникшая проблема была бы разрешена. После уроков собрали инициативную группу учеников класса. Им была продемонстрирована компьютерная презентация «Проценты вокруг нас», подготовленная учителем, перед учениками были поставлены задачи предстоящей работы. Они сразу приступили к обсуждению: что, кто и как будет делать, где искать материалы, к кому обращаться за консультациями и помощью, каким образом и в какие сроки будет завершена работа, каким будет продукт проекта. Интересно, что у учеников возникли вопросы, пользуются ли процентами их родители на работе и дома, можно ли прожить без процентов.

Были разработаны темы индивидуальных работ:

- Зачем нужны проценты.
- Когда зародились процентные расчеты?
- Проценты в прошлом и настоящем.

- Основные задачи на проценты.
- Распродажи, тарифы, штрафы.
- Задачи с историческими сюжетами.
- Производительность труда и проценты.
- Банковские операции: начисление простых и сложных процентов.
- Некоторые базовые понятия: экономика и проценты.
- Учимся решать задачи на смеси и сплавы.
- Его величество процент, или Расчеты на каждый день.
- Смешиваем, растворяем, концентрацию определяем.

В прошлом году работу по проекту завершила Таня Лысковская. Ее исследовательская работа была представлена на Всероссийский фестиваль творческих и исследовательских работ «Портфолио», проводимый ИД «Первое сентября», и на Вторую региональную научно-практическую конференцию школьников в области математики и ее приложений, проводимой математическим факультетом АГПУ. Остальные ученики продолжают работу. Защита проекта предполагается на школьной научно-практической конференции в этом учебном году. Будет определено окончательное название проекта, форма его представления и защиты.

Для того чтобы родители были нашими помощниками, были в курсе того, что создают их дети, для них было подготовлено выступление учителя, компьютерная презентация «Его величество процент, или Процентные вычисления на каждый день» и буклет «Проценты вокруг нас».

В этом учебном году восьмиклассники изучают очень важную тему по алгебре — «Квадратные уравнения». При ее изучении ребята узнают имя «отца современной алгебры» Франсуа Виета. На страницах школьных учебников математики встречаются единицы имен ученых, поэтому очень важно познакомить учеников с их биографиями. Как это сделать? Для начала обсудили с учителем истории вопрос о необходимости показать учащимся место ученого в истории развития науки, его участие в исторических событиях того времени. Собрали группу учеников, рассказали о сути предстоящей работы: показать связь общественного развития с развитием науки того времени (отражение политических событий на жизни и творчестве конкретных ученых). Обсудили с ребятами содержание предстоящей работы в целом, предложили им поискать материал об ученых XV–XVI вв., о роли инквизиции в развитии исторических событий и науки. При следую-

щей встрече ребята определили темы своей работы, решили рассказать и о предшественниках Виета, о том, как решали квадратные уравнения Диофант, Аль-Хорезми, Кардано, Фибоначчи, о судьбе работ Декарта, высказали мнение об окончательных результатах работы (о продукте проекта): это будет компьютерная презентация и бюллетень. Определили название работы: «Виет и его теорема через призму истории». Творческое название проекта — «Позовите Виета!». Сформулировали основополагающие вопросы: «Кто автор общей формулы для решения квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ?» и «Что заставляло ученых заниматься наукой даже под угрозой смерти?». Началась индивидуальная работа учеников по отбору и систематизации материала по выбранным темам. Консультации для учеников проводились индивидуально по мере необходимости учителями математики и истории. Одновременно формировался материал для бюллетеня и презентации. Защита проекта предстояла на интегрированном уроке алгебры и истории в форме заседания Ученого совета, на котором каждая группа представит отчет о своей работе. Два месяца по крупицам собиралась информация из различных источников, ученики искали ответы на вопросы:

- Как решали уравнения, когда в математике не было символов?
- Можно ли решить квадратное уравнение с помощью геометрии?
- Какой вклад в алгебру внесли математики Древнего Востока?
- Кто впервые вывел формулу корней квадратного уравнения?
- С какого времени алгебра начинает развиваться в Европе?
- Почему Франсуа Виета называют отцом символической алгебры?
- Какие ученые придали алгебре современный вид?

Другая группа учеников попыталась найти ответы на исторические вопросы:

- Какова роль католической церкви в развитии общества и науки в XII–XVII вв.?
- В какой исторической обстановке происходило развитие математики в Европе?
- Почему ученые того времени боялись придать гласности свои открытия?
- Какое участие в общественной жизни принимал Франсуа Виет?

Третья группа учеников рассказала о писателях того времени, произведения которых были запрещены, а книги сожжены на кострах.

Проектно-исследовательской работой учеников руководили учителя истории — Н.А. Ильменийкина, литературы — С.Л. Матасова и математики — В.В. Паршева.

Ребята узнали, как решали уравнения древние греки в III в. до н.э. Увидели, какой вклад внесли арабы в распространение математических знаний. Узнали о Диофанте, Аль-Хорезми, Омаре Хайяме, Паоло Вальмесе, Франсуа Виете, Николо Тартальи, Джероламо Кардано, Рене Декарте, Альберте Жираре, Андриане Ромене, Исааке Ньютоне.

Был сделан единственно правильный вывод: ученые не могли оказаться вне событий, которыми жило общество того времени.

Оценивали работу учеников эксперты: Г.В. Нуромская (учитель математики СШ № 22 г. Архангельска), З.И. Мишина (учитель математики СШ № 2 Устьянского района), Г.А. Смекова (заместитель председателя комитета по образованию г. Котласа).

Значимость последнего этапа очень велика: ученики показали результаты своего труда и получили публичную оценку. Продуктами проектно-исследовательской деятельности учеников стали: бюллетень «Виет и его теорема через призму истории», интегрированный урок алгебры и истории, компьютерная презентация к уроку, буклет «Позовите Виета!», кроссворд и электронная игра по теме проекта.

Оба проекта относятся к информационным проектам, призванным научить учащихся добывать и анализировать информацию. Такой проект может быть интегрирован в более крупный исследовательский проект и стать его частью. (Это предполагается сделать по теме «Квадратные уравнения».) Учащиеся изучают и используют различные методы получения информации (литература, библиотечные фонды, СМИ, базы данных, в том числе электронные, методы анкетирования и интервьюирования), ее обработки (анализ, обобщение, сопоставление с известными фактами, аргументированные выводы) и презентации (доклад, публикация, компьютерная презентация, размещение в сети Интернет или локальных сетях, телеконференция). Доминирующая в проекте деятельность: поисковая, практико-ориентированная.

### Итоги сказанного

Метод проектов предполагает решение какой-либо проблемы, связанной с необходимостью интегрирования знаний, умений из различных областей науки, техники, творческих областей.

Метод проектов — это способ достижения дидактической цели через разработку проблемы (технология), которая должна завершиться реальным, осязаемым результатом, оформленным каким-либо способом.

В основе метода проектов лежит развитие познавательных навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, ориентироваться в информационном пространстве; развитие критического и творческого мышления, умения увидеть, формулировать и решать проблему.

Учебный проект — совместная учебно-познавательная, творческая деятельность учащихся-партнеров, имеющая согласованные методы, способы деятельности, направленные на достижение общего результата по решению какой-либо проблемы, значимой для участников проекта.

Метод проектов является одним из эффективных средств, которые способствуют творческому развитию учащихся, формированию их собственного мировоззрения.

Детально ознакомиться с описанными в статье проектами можно на сайте Издательского дома «Первое сентября» на страницах Фестиваля педагогических идей «Открытый урок» (<http://festival.1september.ru/>). А с другими работами моих учеников — на Фестивале исследовательских и творческих работ «Портфолио» (<http://portfolio.1september.ru/>).

### Литература

1. Intel «Обучение для будущего. Основной курс»: Учебное пособие. — М.: Интернет-университет информационных технологий, 2006.
2. Величко М.В. Математика, 9–11 классы: проектная деятельность учащихся. — Волгоград: Учитель, 2008.
3. Пахомова Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении. — М., 2003.
4. Развитие мышления учащихся средствами информационных технологий: программа Intel «Обучение для будущего». Учебно-методическое пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению 540200 (50200) «Физико-математическое образование» / под ред. Е.Н. Ястребцева. — М.: Интуит.ру, 2006.
5. Ступницкая М.А. Новые педагогические технологии: учимся работать над проектами. Рекомендации для учащихся, учителей и родителей. — Ярославль: Академия развития, 2008.

Р. ФАХРУТДИНОВА,  
г. Ноябрьск

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

## ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Рабочая программа по математике для 10-х классов составлена на основе федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования профильного уровня, примерной программы среднего (полного) общего образования по математике профильного уровня и авторской программы по математике С.Н. Никольского, М.К. Потапова, Н.Н. Решетникова, А.В. Шевкина.

### Место предмета в базисном учебном плане

Согласно Федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации и примерной программе среднего (полного) общего образования на профильном уровне для обязательного изучения математики на этапе основного общего образования отводится не менее 210 часов из расчета 6 часов в неделю. Из них на изучение алгебры и начал анализа отводится 117 часов, элементов логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей — 8 часов, геометрии — 56 часов. В рабочей программе предусмотрен резерв свободного времени в объеме 29 часов для повторения и систематизации учебного материала. На проведение контрольных работ предусмотрено 13 часов, самостоятельных и практических работ — 91 час.

Изучение математики на профильном уровне направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;

- овладение языком математики в устной и письменной форме; математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;

- воспитание средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

В профильном курсе содержание образования определяют следующие задачи:

К материалу есть приложение на CD-диске.



— систематизировать сведения о числе; формировать представления о числовых множествах как способе построения нового математического аппарата для решения задач; совершенствовать вычислительные навыки;

— развивать и совершенствовать технику алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;

— систематизировать и расширять сведения о функциях; совершенствовать графические умения; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;

— расширять систему сведений о свойствах плоских фигур, систематически изучать свойства пространственных тел; развивать представления о геометрических измерениях;

— развивать представления о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;

— совершенствовать математическое развитие до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;

— формировать способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин; углублять знания об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и в обществе.

### Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

При изучении математики на профильном уровне в старшей школе учащиеся приобретают и совершенствуют следующий опыт:

— проведение доказательных рассуждений; логическое обоснование выводов; использование языка математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

— решение задач из различных разделов; проведение поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности;

— планирование и осуществление алгоритмической деятельности: выполнение алгоритмов по заданному плану, самостоятельное составление алгоритмических предписаний на математическом материале;

— составление формул на основе обобщения; выполнение расчетов практического характера;

— построение и исследование математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной

жизни; проверка и оценка результатов моделирования, сопоставление их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;

— самостоятельная работа с источниками информации; анализ, обобщение и систематизация полученной информации, интегрирование ее в личный опыт.

При организации учебного процесса по геометрии необходимо начать изучение учебного материала с повторения основных высказываний и теорем планиметрии, систематизации основных знаний и умений при решении задач на плоскости. При изучении темы «Геометрия на плоскости» особое внимание уделяется решению задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест точек. В 10-м классе изучаются темы: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Векторы в пространстве». Для обобщения и систематизации курса геометрии отводится 4 часа.

Основной целью изучения курса геометрии в 10-м классе является:

— систематическое и последовательное изучение свойств геометрических тел в пространстве для приобретения знаний и практических умений;

— развитие пространственных представлений, воображения и интуиции при формировании языка описания объектов окружающего мира;

— освоение способов вычисления практически важных геометрических величин;

— развитие логического мышления и формирование понятия «доказательство», развитие умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации; использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации и аргументации.

Курсу присущ систематизирующий и обобщающий характер изложений, направленных на закрепление и развитие умений и навыков, полученных в 7–9-х классах по планиметрии. При изучении курса на всех этапах учебного процесса широко привлекается наглядность.

Значительное место в учебном процессе отводится самостоятельной математической деятельности учащихся. Но необходимо учить учащихся работать с книгой, исследовать зависимости, делать обобщения и применять их в новых ситуациях, разъяснять взаимосвязь идей и понятий, приобщать к оперативному решению учебных и творческих задач.

### Результаты обучения

Результаты обучения, представленные в Требованиях к уровню подготовки, задают систему итоговых результатов обучения. Эти требования структурированы по трем компонентам: «знать/

понимать», «уметь», «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни».

Принципы отбора основного и дополнительного содержания связаны с преемственностью целей образования, потребностями ориентировать учащихся на подготовку к последующему профессиональному образованию, связанному с дальнейшим применением знаний, полученных при изучении математики профильного уровня, и опираются на:

- инвариативную (обязательная) и вариативную части содержания курса математики;
- подход в структурировании учебного материала;
- пути формирования знаний, умений и способов деятельности, развития учащихся;
- формы и методы подачи и контроля учебного материала;
- результаты обучения.

В основе реализации рабочей программы лежит использование следующих педагогических технологий:

- лично-ориентированной (педагогика сотрудничества), позволяющей увидеть уровень обученности каждого ученика и своевременно подкорректировать ее;
- технологии уровневой дифференциации, позволяющей ребенку выбирать уровень сложности;
- информационно-коммуникационной технологии, обеспечивающей формирование учебно-познавательной и информационной деятельности учащихся.

Система уроков условна, но можно выделить следующие виды: урок изучения нового материала, урок закрепления изученного материала, урок использования полученных знаний, комбинированный урок, урок проверки усвоения материала, обобщения и систематизации знаний.

При этом используются различные формы: лекция, зачет, консультация, защита проектов.

## Виды и формы контроля

Контроль за результатами обучения осуществляется через проведение специальных уроков оценки знаний, использование рейтинговой карты по изучению темы, использование в практической деятельности критериев оценки интеллектуальных особенностей учащихся. Применяются следующие виды контроля: вводный, текущий, тематический, итоговый, первичной проверки знаний, обучающий. Формы контроля: контрольная работа, домашняя контрольная работа, самостоятельная работа, домашняя практическая работа, домашняя самостоятельная работа, тест, контрольный тест, устный опрос, фронтальный

опрос, математический диктант, зачет. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с уставом образовательного учреждения в форме полугодовых и годовых контрольных работ.

## Компьютерное обеспечение уроков

Использование компьютерных технологий в преподавании математики позволяет непрерывно менять формы работы на уроке, постоянно чередовать устные и письменные упражнения, осуществлять разные подходы к решению математических задач.

На уроках используются такие компьютерные продукты, как демонстрационный материал, задания для устного счета, тренировочные упражнения, а также различные электронные учебники.

*Демонстрационный материал* создается с целью обеспечения наглядности при изучении нового материала, для использования при ответах учащихся. Применение анимации при создании такого компьютерного продукта позволяет рассматривать вопросы математической теории в движении, обеспечивает динамический подход к изучению нового материала, вызывает повышенный интерес у учащихся. При решении задач использование графической интерпретации условия задачи или ее решения позволяет учащимся понять математическую идею решения, более глубоко осмыслить теоретический материал по данной теме.

*Тренировочные упражнения* включают в себя задания с вопросами и наглядными ответами, составленными с помощью анимации. Они позволяют ученику самостоятельно отрабатывать различные вопросы математической теории и практики.

*Использование программной среды «Живая геометрия»* дает возможность использовать в обучении наглядные чертежи геометрических фигур и геометрических тел. В данной среде возможны быстрые изменения в чертежах и рисунках, что позволяет сделать чертеж подвижным и более понятным.

*Электронные учебники* используются в качестве виртуальных лабораторий при проведении практических занятий, уроков введения новых знаний. В них заключен большой теоретический материал, множество тренажеров, практических и исследовательских заданий, справочный материал. На любом из уроков возможно использование компьютерных устных упражнений, применение тренажера устного счета, что активизирует мыслительную деятельность учащихся, развивает вычислительные навыки, так как позволяет осуществить иной подход к изучаемой теме.

## Требования к уровню подготовки учащихся

### Алгебра и начала анализа (117 ч)

В результате изучения обучающийся *должен знать*:

— значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;

— применение математических методов к анализу и исследованию процессов, изучаемых в смежных дисциплинах;

— идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач;

*понимать*:

— значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения реальных моделей и ситуаций;

— универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в смежных дисциплинах и в различных областях

человеческой деятельности; различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике и на практике;

— вероятный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### Геометрия (56 ч)

В результате изучения ученик *должен знать*:

— возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;

— универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;

*понимать*:

— роль аксиоматики в математике;

— возможность построения математических теорий на аксиоматической основе;

— значение аксиоматики для других областей знания и для практики.

## Тематическое планирование

№ п/п	Тема урока	Количество часов	Контрольные	Самостоятельные
<b>1</b>	<b>Действительные числа</b>	<b>12</b>	–	<b>6</b>
1.1	Понятие действительного числа	2		
1.2	Множества чисел. Свойства действительных чисел	2		
1.3	Метод математической индукции	1		
1.4	Перестановки	1		
1.5	Размещения	1		
1.6	Сочетания	1		
1.7	Доказательство числовых неравенств	1		
1.8	Делимость целых чисел	1		
1.9	Сравнение по модулю $m$	1		
1.10	Задачи с целочисленными неизвестными	1		
<b>2</b>	<b>Рациональные уравнения и неравенства</b>	<b>18</b>	<b>1</b>	<b>8</b>
2.1	Рациональные выражения	1		
2.2	Формулы бинома Ньютона, суммы и разности степеней	2		
2.3	Рациональные уравнения	2		
2.4	Системы рациональных уравнений	2		
2.5	Метод интервалов решения неравенств	3		
2.6	Рациональные неравенства	3		
2.7	Нестрогие неравенства	3		
2.8	Системы рациональных неравенств	1		
2.9	Контрольная работа № 1	1	1	
<b>3</b>	<b>Корень степени <math>n</math></b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
3.1	Понятие функции и ее графика	1		
3.2	Функция $y = x^n$	2		
3.3	Понятие корня степени $n$	1		
3.4	Корни четной и нечетной степени	2		
3.5	Арифметический корень	2		
3.6	Свойства корней степени $n$	2		
3.7	Функция $y = \sqrt[n]{x}, x \geq 0$	1		
3.8	Контрольная работа № 2	1	1	
<b>4</b>	<b>Степень положительного числа</b>	<b>13</b>	<b>1</b>	<b>4</b>
4.1	Понятие степени с рациональным показателем	1		
4.2	Свойства степени с рациональным показателем	2		
4.3	Понятие предела последовательности	2		
4.4	Свойства пределов	2		
4.5	Понятие ряда	1		

№ п/п	Тема урока	Количество часов	Контрольные	Самостоятельные
4.6	Число $e$	1		
4.7	Степень с иррациональным показателем	1		
4.8	Показательная функция	2		
4.9	Контрольная работа № 3	1	1	
<b>5</b>	<b>Логарифмы</b>	<b>6</b>	<b>–</b>	<b>3</b>
5.1	Понятие логарифма	2		
5.2	Свойства логарифмов	3		
5.3	Логарифмическая функция	1		
<b>6</b>	<b>Показательные и логарифмические уравнения и неравенства</b>	<b>11</b>	<b>1</b>	<b>6</b>
6.1	Простейшие показательные уравнения	1		
6.2	Простейшие логарифмические уравнения	1		
6.3	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного	2		
6.4	Простейшие показательные неравенства	2		
6.5	Простейшие логарифмические неравенства	2		
6.6	Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного	2		
6.7	Контрольная работа № 4	1	1	
<b>7</b>	<b>Синус и косинус угла</b>	<b>7</b>	<b>–</b>	<b>4</b>
7.1	Понятие угла	1		
7.2	Радианная мера угла	1		
7.3	Определение синуса и косинуса угла	1		
7.4	Основные формулы для $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$	2		
7.5	Арксинус	1		
7.6	Арккосинус	1		
<b>8</b>	<b>Тангенс и котангенс угла</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
8.1	Определение тангенса и котангенса угла	1		
8.2	Основные формулы для $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$	2		
8.3	Арктангенс	1		
8.4	Арккотангенс	1		
8.5	Контрольная работа № 5	1	1	
<b>9</b>	<b>Формулы сложения</b>	<b>11</b>	<b>–</b>	<b>6</b>
9.1	Косинус разности и косинус суммы двух углов	2		
9.2	Формулы для дополнительных углов	1		
9.3	Синус разности и синус суммы двух углов	2		
9.4	Сумма и разность синусов и косинусов	2		
9.5	Формулы для двойных и половинных углов	2		
9.6	Произведение синусов и косинусов	1		
9.7	Формулы для тангенсов	1		
<b>10</b>	<b>Тригонометрические функции числового аргумента</b>	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>4</b>
10.1	Функция $y = \sin x$	2		
10.2	Функция $y = \cos x$	2		
10.3	Функция $y = \operatorname{tg} x$	2		
10.4	Функция $y = \operatorname{ctg} x$	2		
10.5	Контрольная работа № 6	1	1	
<b>11</b>	<b>Тригонометрические уравнения и неравенства</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>6</b>
11.1	Простейшие тригонометрические уравнения	2		
11.2	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного	2		
11.3	Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений	2		
11.4	Однородные уравнения	1		
11.5	Простейшие неравенства для синуса и косинуса	1		
11.6	Простейшие неравенства для тангенса и котангенса	1		
11.7	Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного	1		
11.8	Введение вспомогательного угла	1		
11.9	Контрольная работа № 7	1	1	
<b>12</b>	<b>Элементы теории вероятностей</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>3</b>
12.1	Понятие вероятности событий	3		
12.2	Свойства вероятности событий	3		
12.3	Относительная частота событий	1		
12.4	Условная вероятность. Независимость событий	1		
<b>13</b>	<b>Прямые и плоскости в пространстве</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>13</b>
13.1	Введение	3		
13.2	Параллельность прямых и плоскостей	13		
13.3	Контрольная работа № 8	1	1	

№ п/п	Тема урока	Количество часов	Контрольные	Самостоятельные
13.4	Перпендикулярность прямых и плоскостей	16		
13.5	Контрольная работа № 9	1	1	
<b>14</b>	<b>Многогранники</b>	<b>12</b>	<b>1</b>	<b>6</b>
14.1	Понятие многогранника	1		
14.2	Призма	3		
14.3	Пирамида	2		
14.4	Усеченная пирамида	3		
14.5	Правильные многогранники	2		
14.6	Контрольная работа № 10	1	1	
<b>15</b>	<b>Векторы в пространстве</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>4</b>
15.1	Понятие вектора в пространстве	3		
15.2	Компланарные векторы	1		
15.3	Векторы в пространстве	5		
15.4	Контрольная работа № 11	1	1	
<b>16</b>	<b>Повторение</b>	<b>29</b>	<b>2</b>	<b>10</b>
16.1	Алгебра и начала анализа	14		6
16.2	Контрольная работа № 12		1	
16.3	Геометрия на плоскости	11		4
16.4	Контрольная работа № 13		1	
16.5	Геометрия в пространстве	4		
	<b>Итого</b>	<b>210</b>	<b>13</b>	<b>91</b>

## Содержание тем учебного курса

### Действительные числа (12 ч)

Понятие действительного числа. Множества чисел. Метод математической индукции. Перестановки. Размещения. Сочетания. Доказательство числовых неравенств. Делимость целых чисел.

*Знать:* понятие действительного числа, множества чисел; свойства действительных чисел, перестановок, размещений, сочетаний, делимости целых чисел; замкнутость множеств чисел относительно некоторых операций.

*Уметь:* сравнивать действительные числа, записанные в виде бесконечных десятичных дробей; устанавливать взаимно-однозначное соответствие между точками координатной оси и действительными числами; доказывать числовые неравенства; решать задачи с целочисленными неизвестными.

*Самостоятельные работы (СР):* «Действительные числа», «Применение формул сокращенного умножения», «Квадратные уравнения. Формулы Виета», «Алгебраические дроби», «Метод математической индукции», «Перестановки, размещения, сочетания».

### Рациональные уравнения и неравенства (18 ч)

Рациональные выражения. Формула бинома Ньютона, суммы и разности степеней. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Корень многочлена. Рациональные уравнения. Системы рациональных уравнений. Метод интервалов. Рациональные неравенства. Нестрогие неравенства. Системы рациональных неравенств.

*Знать:* понятия рационального выражения, биномиальных коэффициентов, рациональных уравнений, распадающихся уравнений; алгоритм Евклида, теорему Безу, схему Горнера, теорему о корне многочлена и ее следствие, понятие рационального неравенства.

*Уметь:* применять теорему Безу, бином Ньютона, алгоритм Евклида, схему Горнера при решении рациональных уравнений, неравенств, систем неравенств.

*СР:* «Рациональные уравнения», «Замена неизвестного при решении рациональных уравнений», «Доказательство числовых неравенств», «Формула бинома Ньютона», «Деление многочленов. Корень многочлена», «Рациональные неравенства», «Замена неизвестного при решении рациональных неравенств», «Замена неизвестного при решении иррациональных неравенств».

*Контрольные работы (КР):* «Рациональные уравнения и неравенства».

### Корень степени $n$ (12 ч)

Понятие функции и ее графика. Функция  $y = x^n$ . Понятие корня степени  $n$ . Корни четной и нечетной степеней. Арифметический корень. Свойства корней степени  $n$ . Функция  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $x \geq 0$ .

*Знать:* понятие корня степени  $n$ , арифметического корня, свойства корней, определение функции и способы ее задания; определение и свойства функции; алгоритм исследования функции; алгоритм построения графиков функций с помощью преобразований; определение обратной функции; теоремы, связанные с монотонностью.

*Уметь:* находить корень  $n$ -й степени, определять область определения и значение функции по значению аргумента при различных способах

задания функции; строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков; описывать по графику и по формуле поведение и свойства функции; решать уравнения и неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

*СР:* «Корень степени  $n$ », «Функция  $y = \sqrt[n]{x}$ », «Степень с рациональным показателем».

*КР:* «Корень степени  $n$ ».

### Степень положительного числа (13 ч)

Степень с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Понятие предела последовательности. Свойства пределов. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Число  $e$ . Степень с иррациональным показателем. Показательная функция.

*Знать:* понятия степени с рациональным показателем, предела последовательности, числа  $e$ , показательной функции; свойства степени с рациональным показателем, свойства пределов.

*Уметь:* записывать число в виде степени с рациональным показателем и в виде корня, упрощать выражения, вычислять их значение, находить пределы частного, суммы и разности выражений, определять возрастание и убывание показательной функции, строить график показательной функции.

*СР:* «Свойства степени с рациональным показателем», «Предел последовательности», «Показательная функция и ее свойства», «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия».

*КР:* «Степень положительного числа».

### Логарифмы (6 ч)

Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Логарифмическая функция. Десятичные логарифмы. Степенная функция.

*Знать:* понятие логарифма; свойства логарифмов, логарифмической функции, десятичного логарифма, степенной функции.

*Уметь:* вычислять логарифмы, использовать свойства логарифмов при нахождении значения числового выражения, сравнивать логарифмы, строить графики степенной функции и логарифмической функции.

*СР:* «Свойства логарифмов», «Логарифмическая функция», «Степенная функция».

### Показательные и логарифмические уравнения и неравенства (11 ч)

Простейшие показательные уравнения. Простейшие логарифмические уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Простейшие показательные неравенства. Простейшие логарифмические неравен-

ства. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.

*Знать:* понятие показательного уравнения, логарифмического уравнения, показательных и логарифмических неравенств.

*Уметь:* решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

*СР:* «Показательные уравнения», «Логарифмические уравнения», «Показательные неравенства», «Логарифмические неравенства», «Однородные уравнения», «Показательные уравнения и неравенства».

*КР:* «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства».

### Синус и косинус угла (7 ч)

Понятие угла. Радианная мера угла. Определение синуса и косинуса угла. Основные формулы для синуса и косинуса угла. Арксинус. Арккосинус.

*Знать:* понятие угла, радианной меры угла; определение синуса, косинуса произвольного угла; формулы приведения и зависимости, связывающие синус, косинус различных углов; основные формулы для  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ ; определение арксинуса, арккосинуса, формулы для арксинуса и арккосинуса.

*Уметь:* выражать в радианах и в градусах величину угла, выполнять преобразование выражений, содержащих синус и косинус, решать простейшие уравнения и неравенства, используя понятия арксинуса и арккосинуса.

*СР:* «Синус и косинус угла», «Формулы для  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ », «Арксинус и арккосинус», «Примеры использования арктангенса и арккотангенса».

### Тангенс и котангенс угла (6 ч)

Определение тангенса и котангенса угла. Основные формулы для тангенса и котангенса угла. Арктангенс. Арккотангенс. Примеры использования арктангенса и арккотангенса. Формулы для арктангенса и арккотангенса.

*Знать:* определение тангенса и котангенса произвольного угла; основные тригонометрические тождества, формулы приведения и зависимости, связывающие тангенс и котангенс различных углов; основные формулы для тангенса, котангенса, арктангенса, арккотангенса.

*Уметь:* выполнять преобразование выражений, содержащих тангенс и котангенс, решать простейшие уравнения и неравенства, используя понятия арктангенса, арккотангенса.

*СР:* «Тангенс и котангенс угла», «Формулы для  $\tan \alpha$  и  $\cot \alpha$ », «Арктангенс и арккотангенс».

*КР:* «Синус, косинус, тангенс, котангенс».

### Формулы сложения (11 ч)

Косинус разности и косинус суммы двух углов. Формулы для дополнительных углов. Синус суммы, синус разности двух углов. Сумма и разность синусов и косинусов. Формулы для двойных и половинных углов. Произведение синусов и косинусов. Формулы для тангенсов.

*Знать:* формулы сложения для косинуса и синуса, формулы для дополнительных углов, для двойных и половинных углов, формулы произведения синусов и косинусов, формулы для тангенсов.

*Уметь:* использовать формулы сложения для преобразования тригонометрических выражений.

*СР:* «Косинус суммы и косинус разности двух углов. Синус суммы и синус разности двух углов», «Формулы приведения для синуса и косинуса», «Сумма и разность синусов и косинусов», «Формулы синусов и косинусов двойных и половинных углов», «Произведения синусов и косинусов», «Формулы для тангенсов».

### Тригонометрические функции числового аргумента (9 ч)

Функция  $y = \sin x$ . Функция  $y = \cos x$ . Функция  $y = \operatorname{tg} x$ . Функция  $y = \operatorname{ctg} x$ .

*Знать:* определение функции и способы ее задания; определение и свойства функции; алгоритм исследования функции; алгоритм построения графиков функций с помощью преобразований; определение обратной функции и теорем, связанных с монотонностью; свойства и график тригонометрических функций и обратных к ним; возможности графического представления как средства описания моделей реальных процессов и ситуаций.

*Уметь:* выполнять преобразования тригонометрических выражений; вычислять значения тригонометрических выражений по заданной величине аргумента; решать простейшие тригонометрические уравнения аналитическим и графическим способами, исследовать полученные решения с помощью единичной окружности; исследовать функции и строить их графики; решать уравнения и неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

*СР:* «Функция  $y = \sin x$ », «Функция  $y = \cos x$ », «Функция  $y = \operatorname{tg} x$ », «Функция  $y = \operatorname{ctg} x$ ».

*КР:* «Тригонометрические функции».

### Тригонометрические уравнения и неравенства (12 ч)

Простейшие тригонометрические уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Применение основных тригонометрических

формул для решения уравнений. Однородные уравнения. Простейшие неравенства для синуса и косинуса. Простейшие неравенства для тангенса и котангенса. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Введение вспомогательного угла.

*Знать:* формулы нахождения корней простейших тригонометрических уравнений, частные случаи решения; алгоритмы решения простейших тригонометрических уравнений и неравенств; алгоритм вычисления значений тригонометрических функций.

*Уметь:* выполнять преобразования тригонометрических выражений; вычислять значения тригонометрических выражений; решать тригонометрические уравнения способом замены переменной, введением вспомогательного угла, решать однородные уравнения, исследовать полученные решения с помощью единичной окружности; применять частные случаи решения тригонометрических уравнений.

*СР:* «Тригонометрические уравнения», «Замена неизвестного при решении тригонометрических уравнений», «Применение тригонометрических формул при решении уравнений», «Однородные уравнения», «Тригонометрические неравенства», «Введение вспомогательного угла».

*КР:* «Тригонометрические уравнения и неравенства».

### Элементы теории вероятностей (8 ч)

Понятие вероятности события. Свойства вероятностей. Относительная частота события. Условная вероятность. Независимые события.

*Знать:* формулы числа сочетаний, размещений, перестановок, формулу бинома Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов, алгоритм решения комбинаторных задач, универсальный характер логики математических рассуждений при решении комбинаторных задач, их применимость в различных областях человеческой деятельности.

*Уметь:* решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, с использованием известных формул и треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля.

*СР:* «Табличные и графические представления данных», «Правило умножения нескольких элементов», «Решение комбинаторных задач с использованием формул сочетаний и размещений».

### Прямые и плоскости в пространстве (34 ч)

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скре-

щивающиеся прямые. Параллельность прямой и плоскости. Угол между прямыми. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.

*Знать:* аксиомы стереометрии; признаки и свойства параллельности прямых и плоскостей; признаки и свойства перпендикулярности прямых и плоскостей.

*Уметь:* соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур; изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи; вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций.

*СР:* «Аксиомы стереометрии и следствия из них», «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Параллельность прямой и плоскости», «Параллельность плоскостей», «Тетраэдр и параллелепипед», «Задачи на построение сечений», «Перпендикулярность прямой и плоскости», «Прямые, перпендикулярные к плоскости», «Признак перпендикулярности прямой и плоскости», «Расстояние от точки до плоскости», «Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью», «Двугранный угол», «Перпендикулярные плоскости. Прямоугольный параллелепипед».

*КР:* «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве», «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве».

## Многогранники (12 ч)

Понятие многогранника. Призма и ее элементы, боковая поверхность. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида и ее элементы, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Правильные многогранники. Симметрия в пространстве. Сечения многогранников. Построение сечений.

*Знать:* определение многогранника; формулы нахождения площадей поверхности многогранника.

*Уметь:* строить сечения многогранников и изображать сечения многогранников.

*СР:* «Тетраэдр и параллелепипед», «Задачи на построение сечений», «Прямая призма и параллелепипед», «Площадь поверхности прямой призмы. Наклонная призма», «Правильная пирамида. Площадь поверхности», «Построение сечений».

*КР:* «Многогранники».

## Векторы в пространстве (10 ч)

Векторы в пространстве. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

*Знать:* понятия: вектора в пространстве, нулевого вектора, сонаправленного вектора, противоположно направленного вектора, определение коллинеарных и компланарных векторов; правило параллелепипеда; теорему о разложении вектора по трем некопланарным векторам.

*Уметь:* проводить операции над векторами, решать задачи векторным методом, правильно выполнять чертеж по условию задачи, понимать стереометрические чертежи.

*СР:* «Понятие вектора в пространстве», «Сложение и вычитание векторов», «Умножение вектора на число», «Компланарные векторы. Применение векторов к решению задач».

*КР:* «Векторы в пространстве».

## Геометрия на плоскости. Повторение (11 ч)

Свойства биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площадей треугольника: формула Герона, выражение площадей треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей, вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических точек.

*Знать:* основные теоремы и формулы планиметрии.

*Уметь:* изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи.

*СР:* «Площадь треугольника», «Окружность», «Четырехугольники», «Геометрические места точек».

*КР:* «Геометрия на плоскости».

В. ДУБРОВСКИЙ,  
Москва



# ДИНАМИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ С «МАТЕМАТИЧЕСКИМ КОНСТРУКТОРОМ»

## Эпизод 4. Графики в задачах с параметрами

Хотя «Математический конструктор», как и другие аналогичные программы, по сложившейся терминологии относят к программам динамической *геометрии*, он бывает полезен и в алгебре, прежде всего, в тех ситуациях, где используются графики. И на первое место в списке таких ситуаций нужно поставить графическое исследование задач с параметрами. Задачи с параметрами сначала появились на экзаменах в вузы, откуда они и проникли в школьный курс, где сейчас заняли важное место благодаря ЕГЭ, точнее, задаче С5. В практике вузовских экзаменов графический метод играл вспомогательную роль: очень высокие, даже завышенные требования к строгости обоснования графических решений нивелировали преимущества этих решений перед алгебраическими. Составители ЕГЭ, отдадим им должное, судя по критериям проверки задачи С5, более либеральны в этом вопросе, что делает графический метод особенно актуальным сегодня. Имеются две основные его разновидности: метод координат, состоящий в том, чтобы изобразить множество решений уравнения или неравенства с одной неизвестной  $x$  и одним параметром  $a$  на плоскости  $Oxa$ , и так называемый «метод сечений». Его мы и применим к решению следующей задачи, заимствованной из тренировочных вариантов ЕГЭ.

**Задача 1.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$  является отрезком.

«Метод сечений» рекомендует переписать неравенство в виде  $f(x) \leq g(x; a)$  с тем, чтобы получить в правой части функцию, достаточно просто зависящую от параметра. Это позволяет легко проследить за преобразованием ее графика при изменении параметра и посмотреть, что при этом происходит с пересечением этого графика и графика левой части. Например, можно взять  $f(x) = \sqrt{3-x}$ ,  $g(x; a) = 2 - |x - a|$ , тогда график функции  $g(x; a)$  получается сдвигом  $g(x; 0) = 2 - |x|$  по горизонтали на  $a$ .

Теперь можно строить модель. Удобно переключить панель инструментов на работу с графиками — для этого есть соответствующая кнопка на «геометрической» панели и команда в меню *Вид*. График левой части проще всего построить так: нажав на кнопку « $\sqrt{x}$ », сразу получим систему координат, график этой функции и

○ К материалу есть приложение на CD-диске.

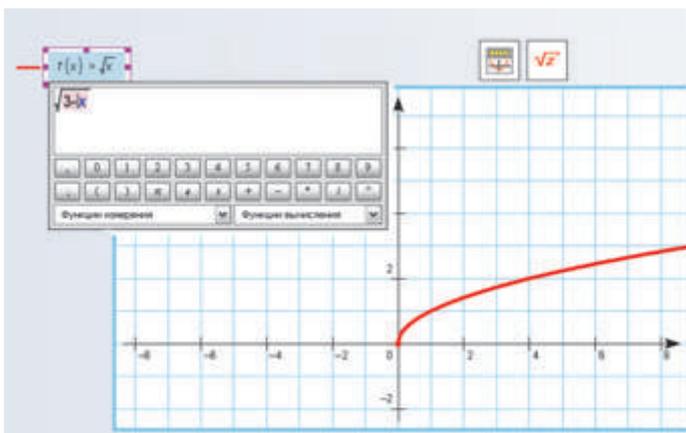


Рис. 1



Рис. 2

поле с ее формулой (рис. 1). Дважды щелкнем на этом поле и в открывшемся окне редактирования выражений заменим аргумент  $x$  квадратного корня на  $3 - x$ . В результате график квадратного корня превратится в график функции  $f(x) = \sqrt{3 - x}$ . Аналогично строится и график функции  $g(x; 0) = 2 - |x|$  (рис. 2): нажав на кнопку « $x$ » и щелкнув по полю с системой координат (и первым графиком), получим прямую  $y = x$ , затем отредактируем ее аргумент (вместо  $x$  подставим  $2 - x$ ) и, наконец, с помощью инструмента « $f(|x|)$ » превратим ее в  $2 - |x|$ . Для завершения построения модели нужно вставить в функцию из правой части неравенства параметр (вместо  $x$  подставить  $x - a$ ). Но сначала нужно обзавестись этим параметром. Это можно сделать двумя способами.

Первый способ — это с помощью инструмента *Создать параметр*.

Нужно нажать на соответствующую кнопку на панели или выбрать эту команду в меню *Вычисления* и щелкнуть мышью там, где вы хотите поместить поле со значением параметра. Затем нужно настроить параметр с помощью диалога его свойств. Задать его название ( $a$ ) и диапазон изменения (в данном случае все важнейшие «события» разворачиваются при  $-2 < a < 6$ , но диапазон можно подправить в любой момент), а также поставить отметку «Ползунок» — появится шкала с указателем значения параметра, передвигая который можно изменять это значение непосредственно мышью. Второй способ более наглядный. Поместить на ось  $Ox$  точку  $a$  и использовать в качестве параметра ее абсциссу  $x_a$ . У этого способа есть и свои минусы: в формуле функции  $g$  параметр будет обозначен не  $a$ , а  $x_a$ , а для построения точки  $a$  придется провести прямую «поверх» оси, построив точку с координатами  $(0; 0)$  и горизонтальную прямую через эту точку, и на эту прямую уже поставить

точку  $a$ . Ввести зависимость от параметра в формулу функции можно с помощью специального инструмента (кнопка « $f(x + a)$ »), добавляющего значение параметра к ее аргументу. Но поскольку нам нужно *отнять* параметр от аргумента, потребуется либо отредактировать полученную функцию, поменяв в ней плюс на минус, либо использовать заранее созданный новый параметр, равный  $-x_a$ .

Разумеется, оба графика в нашей модели можно построить с помощью общих команд создания функции и построения ее графика. Для большей наглядности можно еще закрасить криволинейную трапецию над множеством решений неравенства, как сделано в модели на диске, прилагаемом к этому номеру. Но такое украшение требует расширения набора используемых команд: пересечения графиков, построения и настройки вида «подграфиков», управления раскраской и слоями в диалоге свойств объекта. Этих команд мы в наших заметках не касаемся; подробнее о них можно узнать из справки к программе.

Получить общий вид ответа с помощью построенной модели очень просто: надо максимально сдвинуть точку  $a$  влево и «протаскать» ее по оси абсцисс, отмечая моменты, когда изменяется характер пересечения графиков. Мы видим, что сначала при всех  $x$  выполняется неравенство  $g(x; a) < f(x)$  (рис. 3), то есть неравенство задачи не имеет решений. Впервые графики пересекутся, как видно из рисунка, при  $a = a_1$ , где  $a_1$  — это абсцисса точки, в которой «угол» графика  $g$  попадает на график  $f$ , то есть является корнем уравнения  $\sqrt{3 - x} = 2$ ,  $a_1 = -1$ . После этого множество решений становится отрезком и остается таковым до значения  $a = a_2$ , при котором график функции  $g(x; a)$  впервые пройдет через точку  $K(3; 0)$  — «конец» графика  $f(x)$  (рис. 4),

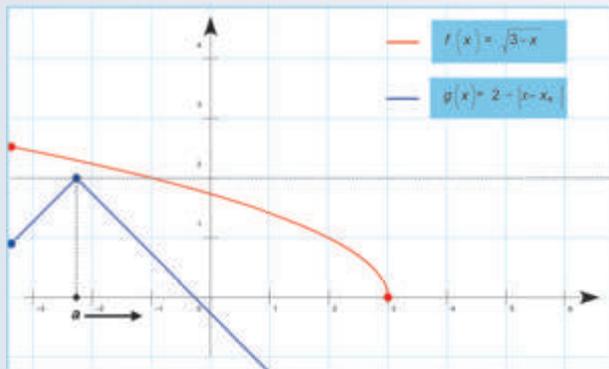


Рис. 3

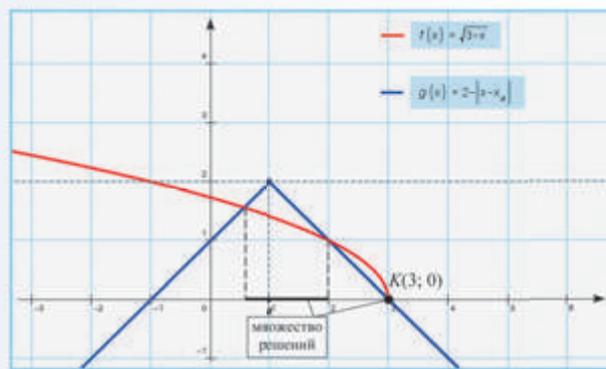


Рис. 4

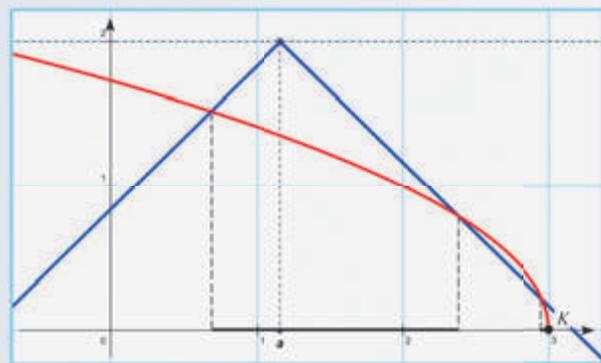


Рис. 5

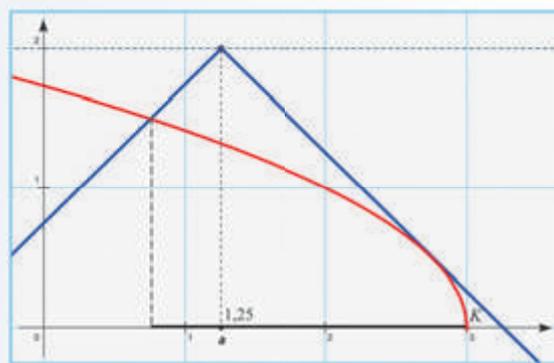


Рис. 6

то есть до  $a_2 = 1$  (можно написать уравнение  $a_2 + 2 = 3$ ). Начиная с этого момента, множество решений распадается на два отрезка (рис. 5), которые снова сливаются в один при значении  $a = a_3$ , когда график  $g$  (его правая ветвь) касается графика  $f$  (рис. 6). Это значение можно найти из условия касания либо с помощью производной, либо приравняв дискриминант соответствующего квадратного уравнения  $3 - x = (2 - (x - a))^2$  к нулю (убедитесь, что  $a_3 = 1,25$ ). Наконец, множество решений становится точкой, а затем пустым, когда график  $g$  снова проходит через точку  $K$ , то есть при  $a = a_4$ , где  $a_4 - 2 = 3$ ,  $a_4 = 5$ .

Теперь можно записать ответ:  $-1 < a < 1$ ,  $1,25 \leq a < 5$ .

Обратим внимание на одну типичную ошибку, допускаемую в этой задаче учениками, когда они строят графики «вручную»: график корня (функции  $f(x)$ ) рисуется так, что в точке  $x = 3$  он образует с осью  $x$  не прямую, а острый угол. Если этот угол окажется меньше  $45^\circ$ , то случай, показанный на рисунке 5, как и случай касания, будет просто пропущен. Чтобы избежать такого рода ошибок и научиться видеть, когда достаточно сделать грубый набросок графика, а когда требуется более тщательное построение, нужна тренировка и опыт, наработка запаса типичных си-

туаций. В этом и может помочь моделирование задач с параметрами в среде динамической геометрии — наиболее прямой и наглядный путь знакомства с графическим методом их решения, освоения приемов его использования.

### Конкурс фотографий «Лето–осень-2011»

На конкурс принимаются фотографии, на которых запечатлены учителя математики и их ученики 5–11-х классов в учебном процессе, на занятиях кружка, олимпиадах, в летних математических школах и пр. К каждой фотографии необходимо приложить краткое описание изображенного на ней события (место, время, действующие лица).

Фотографии могут быть цветными или черно-белыми. Формат для фотографий, отпечатанных на фотобумаге, не менее  $10 \times 15$  см. Цифровые фотографии могут быть присланы на электронном носителе или по электронной почте. Размер цифровых фотографий не менее  $800 \times 600$  пикселей, формат — JPG, качество, используемое при сохранении JPG-файлов, — высокое (high).

Лучшие фотографии будут напечатаны в газете, а победитель получит бесплатную подписку на первое полугодие 2012 года.

Г. ФАЛИН, А. ФАЛИН,  
Москва

# АТТЕСТАТ О СРЕДНЕМ ОБРАЗОВАНИИ В ВЕЛИКОБРИТАНИИ

## НОВАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

В дискуссиях о проблемах отечественного школьного образования (и в частности, школьного математического образования) часто ссылаются на «зарубежный опыт». Например, в документе «Фундаментальное ядро содержания общего образования» (проект, раздел «Математика», с. 27) мы читаем: «Математическое образование в школе строится с учетом положительного опыта, накопленного в... зарубежном математическом образовании» (полный текст можно найти на сайте <http://www.standart.edu.ru>, посвященном Федеральному государственному стандарту, в разделе «Базовые документы»).

Авторы подготовили серию статей, в которых заинтересованный читатель мог бы найти фактические данные о современном состоянии, проблемах, направлениях развития школьного математического образования в Великобритании, включая сведения о программах школьной и довузовской подготовки, образцы выпускных школьных экзаменов и вступительных экзаменов в университеты разного уровня, критерии проверки экзаменационных работ и т.д. В первой статье [2] было рассказано о новой системе довузовской подготовки и аттестации выпускников школ в Великобритании, разработанной университетом Кембриджа — Cambridge Pre-U (Pre-U можно перевести как предуниверситетская или довузовская). Преподавание по этой программе началось в 2008 году, а в 2010 году проведены первые экзамены.

В настоящей статье рассказывается о новой программе по математике (введена в сентябре 2010 года) и связанном с ней экзамене на получение аттестата о среднем образовании (General Certificate of Secondary Education – GCSE). Учащиеся Великобритании, сдающие GCSE, и учащиеся России, сдающие ГИА, по возрасту примерно одинаковы. Однако сопоставлять британский GCSE и отечественный ГИА нельзя без анализа многих других факторов (соответствие заявленных программ и требований реальной практике преподавания и проведения экзаменов, наличие альтернативных программ и форм аттестации, их место в общей системе образования т.д.).

### Аттестат о среднем образовании (GCSE) — общие сведения

Прежде всего отметим, что в Великобритании нет единого государственного органа, занимающегося всеми проблемами школь-

К материалу есть приложение на CD-диске.

ного образования. Основные регионы страны (Англия, Уэльс, Шотландия, Северная Ирландия) имеют автономных регуляторов. Системы образования в Англии, Уэльсе, Северной Ирландии очень похожи, а система образования в Шотландии сильно от них отличается. Мы будем говорить об Англии.

Школьное образование в Англии обязательно для всех детей до 16 лет (включительно). Оно заканчивается сдачей экзаменов на получение аттестата о среднем образовании (General Certificate of Secondary Education – GCSE); экзамен по каждому отдельному предмету также называется GCSE [3]. Обычно эти экзамены сдают школьники в возрасте от 15 до 18 лет (в среднем — 16 лет). Однако сдавать их может любой человек, который хочет получить подтверждение уровня своей подготовки по соответствующему предмету.

После этого школьники или начинают работать (возможно, после дополнительной профессиональной подготовки и сдачи соответствующих экзаменов), или продолжают обучение еще на протяжении двух лет (так называемый *six form* — шестой класс) либо в школе, где есть такая возможность, либо в колледже. Обычно цель шестого класса — подготовка и сдача экзаменов на получение аттестата об образовании повышенного уровня (Advanced level General Certificate of Education – A-level GCE). Результаты этих экзаменов приравниваются к вступительным экзаменам в университет. Следует иметь в виду, что процедура поступления содержит много важных нюансов, особенно для ведущих университетов, которые проводят и собственные вступительные экзамены — эта тенденция сейчас все больше распространяется в связи с «инфляцией оценок». Программа по математике A-level GCE и соответствующие экзамены — это предмет отдельной статьи. Мы будем говорить только о GCSE.

Организацией и проведением экзаменов на получение GCSE занимаются пять неправительственных организаций: AQA (Assessment and Qualifications Alliance), OCR (Oxford, Cambridge and Royal Society of Arts), Edexcel (эта компания является частью корпорации «Pearson»), WJEC (Welsh Joint Education Committee), CCEA (Council for the Curriculum Examinations and Assessment). Эти организации определяют детали программы по предметам, готовят экзаменационные вопросы, проверяют работы и выставляют оценки. Школа имеет право выбирать организацию, чья программа ее устраивает больше. Более того, для разных предметов школа может выбирать разные организации. Собственно экзамен проводят сами школы.

Контроль за работой этих экзаменационных организаций проводят специальные правительственные органы. В Англии — Office of the Qualifications and Examinations Regulator (Ofqual), в Уэльсе — Department for Children, Education, Lifelong Learning and Skills (DCELLS), в Северной Ирландии — the Department of Education in Northern Ireland.

Несколько предметов — английский язык, математика, естествознание, коммуникационные технологии, гражданство, религиозное образование, физическое образование — являются обязательными. Кроме того, программа включает около 50 предметов по выбору (история, география, экономика, физиология, дизайн и т.д.) Некоторые экзамены засчитываются за два обычных экзамена (например, экзамен по естествознанию, который покрывает физику, химию, биологию, или «двойной» курс по прикладному искусству), а некоторые — как половина обычного экзамена (например, сокращенный курс по истории или географии). Необходимо, однако, учитывать, что не все школы предлагают подготовку по всем этим курсам.

Обычно подготовка к GCSE занимает два года. Часто она включает выполнение так называемых курсовых работ (они могут быть основаны на экспериментах, проектах, исследованиях и т.д.). Эти работы учитываются при выставлении итоговой экзаменационной оценки.

Многие экзамены разбиты на разделы с промежуточной аттестацией в конце каждого раздела (так называемая модульная система). Каждый раздел можно пересдавать (но только один раз), и в счет окончательной оценки по всему курсу идет только лучшая оценка по разделу. Поэтому обычно школьники сдают экзамены непрерывно на протяжении двух лет, а не несколько экзаменов сразу по окончании двухлетнего периода (эта классическая система подготовки и аттестации называется «линейной»).

Окончательная оценка выставляется в буквенной форме: от G (самая плохая, но все еще положительная) до A (самая высокая): G (аналог «3–»), F («3»), E («3+»), D («4–»), C («4»), B («5–»), A (аналог «5»). Из-за «инфляции оценок» недавно была введена наивысшая оценка A\* (что-то вроде «5+»), но на самом деле ее эквивалентом еще несколько лет назад была оценка A. Неудовлетворительная оценка обозначается U.

По математике (и еще нескольким предметам, скажем, английскому языку, естествознанию) на экзамене предлагаются, на выбор школьника, два варианта. Если он претендует на оценку A\*, A, B, C или D (то есть не ниже «4 –»), то он должен писать вариант высокого уровня (*higher*

tier), а если на оценку C, D, E, F или G (не выше «4»), то базового уровня (foundation tier). Для разных модулей одного курса можно выбирать разные уровни.

Буквенная оценка за экзамен выставляется после особого совещания экзаменационной комиссии, которая определяет, сколько баллов нужно набрать для той или иной оценки. Результаты экзамена сообщаются школе; кроме того, они могут быть высланы непосредственно школьнику обычной или электронной почтой. Справка о результатах экзамена содержит перечень предметов и оценку для каждого из них. Если экзамен сдается блоками (модулями), то указывается так называемый балл по единой шкале оценок (Uniform Grade Scale – UGS). UGS — это система, которая используется для того, чтобы объединить баллы за отдельные разделы курса в окончательную оценку. Ученик может посмотреть свою работу с тем, чтобы понять, за что выставлена оценка. Если ученик не согласен с оценкой, то может быть подана апелляция. Однако экзаменационная комиссия не объясняет, какие ошибки были допущены.

В сентябре 2010 введена в действие новая программа GCSE по математике. Первая аттестация в соответствии с этой программой будет проведена в июне 2012 года, хотя при модульной системе первые два модуля можно сдавать уже с конца 2010 года. Общие принципы этой программы, а также знания и навыки, которыми должен обладать школьник для получения определенной оценки, изложены в официальных документах [3, 4], а детализация, необходимая для преподавания и подготовки к экзаменам (включая детальные критерии проверки и выставления оценок) — в документах организаций, проводящих экзамены. Например, для AQA эти сведения приведены в [6, 8].

Возможны две схемы организации подготовки и аттестации: линейная и модульная. Для линейной схемы экзамен (из двух письменных работ) проводится в конце обучения; для каждой работы — два уровня: базовый и высший. При модульной схеме курс разбит на три модуля (раздела) и для каждого модуля проводится свой экзамен; для каждого экзамена — два уровня: базовый и высший.

Линейная система — традиционная. Модули же могут изучаться и сдаваться в любом порядке. Кроме того, разрешается один раз пересдать экзамен за какой-то модуль в надежде получить более высокую оценку. Считается, что эта система снижает стресс и повышает уверенность школьников. Недавнее исследование [7] университета Кембриджа показало, что в преподава-

нии математики для GCSE модульная схема обеспечивает лучшую успеваемость школьников. Следует, однако, иметь в виду, что в целом модульная схема подвергается серьезной критике, в том числе и по математике, так как способствует снижению стандартов подготовки. Поэтому новая система довузовской подготовки по математике, разработанная университетом Кембриджа (Cambridge Pre-U) как альтернатива A-level GCSE, является линейной.

Оценка за экзамен по математике определяет прежде всего тем, какую долю от максимально возможного количества баллов получил экзаменуемый. Соответствие между этой долей и оценкой установлено в следующей таблице.

Оценка	Балл = $m\%$ от максимально возможного	Оценка	Балл = $m\%$ от максимально возможного
A*	$90 \leq m \leq 100$	E	$40 \leq m < 50$
A	$80 \leq m < 90$	F	$30 \leq m < 40$
B	$70 \leq m < 80$	G	$20 \leq m < 30$
C	$60 \leq m < 70$	U	$m < 20$
D	$50 \leq m < 60$		

С другой стороны, оценка дает общую характеристику уровня подготовки школьника (с пониманием того, что низкий уровень подготовки по каким-то разделам может компенсироваться высоким уровнем подготовки по другим). С этой точки зрения основные оценки могут быть описаны следующим образом [4].

**Оценка А (аналог «5»):** экзаменуемый использует разнообразные математические методы, терминологию, диаграммы, символику логично, к месту и правильно. Он имеет хорошие вычислительные навыки, эффективно использует калькулятор и демонстрирует свободное владение алгебраическими преобразованиями. Он использует тригонометрию и геометрические свойства объектов для решения задач.

Экзаменуемый определяет и использует нужные разделы математики в различных ситуациях. Он оценивает разумность и эффективность различных подходов, выбирает метод изложения математической мысли, соответствующий ситуации. Он в состоянии описать ограничения подхода или точность результатов. Он использует эту информацию для того, чтобы сформулировать выводы из математической или статистической задачи.

Экзаменуемый выдвигает и проверяет гипотезы и догадки. Он применяет уместные стратегии решения задач (включая новые или незнакомые) и модифицирует их, если это необходимо. Он справляется с задачами, которые требу-

ют одновременного использования разных разделов математики. Он может конструировать строгие аргументы и делать умозаключения. Он строит простые доказательства и может найти ошибки в рассуждении.

**Оценка С (аналог «4»):** экзаменуемый использует ряд математических методов, терминологию, диаграммы и символы уместно и правильно. Он в состоянии эффективно использовать различные представления и понимает эквивалентность некоторых представлений, например, графического и алгебраического представления линейной функции или представления чисел простыми дробями, десятичными дробями и процентами. Он имеет хорошие вычислительные навыки, правильно использует калькулятор. Он применяет понятие пропорциональности при решении задач и использует геометрические свойства углов, линий и фигур.

Экзаменуемый определяет нужную информацию, подбирает подходящее представление и применяет соответствующие методы и знания. Он может переходить от одного представления к другому, чтобы учесть особенности ситуации. Он использует различные способы для изложения математических мыслей.

Экзаменуемый берется за задачи, решение которых требует знаний из разных разделов математики. Он может определить, какие данные подтверждают, а какие опровергают догадки и гипотезы. Он понимает ограничения доказательств и выбранного метода, разницу между математическим доказательством и выводом, основанным на экспериментальных данных.

Он может разработать план решения задачи с небольшим числом переменных. Он излагает выбранную стратегию и, если необходимо, вносит изменения. Он строит математическое доказательство и определяет противоречия в данных рассуждениях или исключения при обобщении.

**Оценка F (аналог «3»):** экзаменуемый использует верно и уместно некоторые математические методы, диаграммы и символы, часть терминологии базового уровня. Он в состоянии использовать некоторые различные представления и может извлечь из них информацию. Он может производить несложные вычисления с калькулятором и без него. Он оперирует простыми дробями и процентами, простыми формулами и некоторыми геометрическими свойствами, включая симметрию.

Он может применять математику в повседневных и осмысленных ситуациях. Он использует диаграммы и символы для передачи математических идей. Иногда он проверяет точность и разумность своих результатов. Он проверяет

простые гипотезы и делает выводы, основанные на данных. Он в состоянии использовать данные для выявления общей картины и соотношений. Он формулирует обобщения, вытекающие из набора частных результатов, и строит контрпримеры. Он решает простые задачи, некоторые из которых не являются стандартными.

## Новая программа по математике

В этом разделе мы в общих чертах опишем новую программу по математике на получение GCSE [4]. Как мы уже отмечали, в зависимости от оценки, на которую претендует школьник, ему предлагается на выбор два варианта экзаменационной работы: базового уровня или повышенного. Далее в программе *курсивным шрифтом* особо отмечены те разделы, которые проверяются только на экзаменах повышенного уровня.

Программа делится на три блока: 1) «Числа и алгебра»; 2) «Геометрия и меры»; 3) «Статистика и вероятность».

### Числа и алгебра

Арифметические действия (сложение, вычитание, умножение, деление) над числами. Сравнение рациональных чисел.

Понятия теории делимости: делитель, общий делитель, наибольший общий делитель, кратное, наименьшее общее кратное, простое число, простой множитель, разложение на множители.

Квадрат (вторая степень), квадратный корень, положительный и отрицательный квадратный корень, куб (третья степень), кубический корень. Запись квадратов, кубов и степеней 10 в обычном виде (основание и показатель). Умножение и деление степеней с целыми, *дробными и отрицательными* показателями. Действия над числами, записанными в стандартном степенном виде, сравнение таких чисел.

Равенство дробей, сокращение дроби. Сложение и вычитание дробей. Десятичные дроби. Запись бесконечных периодических десятичных дробей как простых дробей. Понимание «процентов» как особой формы записи дробей. Вычисления с процентами, нахождение процента от величины. *Нахождение величины, если известен ее процент.* Задачи с пропорциями и отношениями, включая деление величины в данном отношении.

*Использование иррациональностей и числа  $\pi$  в точных вычислениях. Верхние и нижние границы.*

Округление числа с заданной или разумной точностью. Вычисления на калькуляторах, включая статистические и *вычисления тригонометрических функций.*

Различные роли, которые играют буквенные символы в алгебре. Уравнение, формула, *тож-*

дество и выражение. Преобразования алгебраических выражений: приведение подобных членов, умножение многочлена на одночлен, вынесение общего множителя за скобку, умножение двух линейных выражений, разложение квадрата трехчлена на множители, упрощение дробно-рациональных выражений.

Составление и решение простых уравнений, включая системы (двух линейных или одного линейного и одного квадратного) уравнений с двумя неизвестными. Квадратные уравнения.

Преобразования формул, подстановка числа в формулу, умение выражать из формулы заданную величину через другие.

Линейные неравенства с одним или двумя неизвестными, представление решения в виде множества на числовой прямой или координатной плоскости (понимая и отмечая на рисунке разницу между строгими и нестрогими неравенствами).

Метод последовательных приближений для нахождения приближенных значений корней уравнения в случае, когда нет простых аналитических методов решения.

Вычисление членов последовательностей с помощью рекуррентных соотношений и формулы общего члена. Формула общего члена для арифметической прогрессии.

Уравнение прямой линии на координатной плоскости. Геометрический смысл коэффициентов. Связь угловых коэффициентов параллельных прямых. Находить геометрически точки пересечения графиков линейной и квадратичной функций, понимая, что эти точки являются решениями соответствующей системы уравнений.

Графики простых кубических функций, обратной пропорциональности, показательной функции, тригонометрических функций  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$ . Геометрические места точек, удовлетворяющих простым уравнениям. Линейные, квадратичные и другие функции в практических задачах. Построение графиков простых квадратичных функций, их использование для приближенного решения уравнений.

## Геометрия и меры

Свойства углов, связанные с параллельными/перпендикулярными/пересекающимися прямыми, треугольниками и четырехугольниками. Сумма внутренних и внешних углов многоугольника.

Определения и свойства специальных видов четырехугольников: квадрата, прямоугольника, параллелограмма, трапеции, дельтоида (четырёхугольника, у которого одна из диагоналей является осью симметрии) и ромба.

Отражение и поворотная симметрия фигур. Конгруэнтность и подобие.

Теорема Пифагора в двумерном и трехмерном случаях.

Тригонометрические функции как отношения соответствующих сторон в прямоугольном треугольнике, теоремы синусов и косинусов.

Центр, радиус, хорда, диаметр, окружность круга, касательная, дуга, сектор, сегмент. Теоремы об окружности.

Двумерное представление трехмерных тел.

Преобразование фигур с помощью поворотов, отражений, переносов, увеличение с положительным (положительным дробным или отрицательным) масштабным множителем. Свойства, которые сохраняются при конкретных преобразованиях. Использование и интерпретация карт и чертежей, выполненных в определенном масштабе. Понимание и использование увеличения масштаба при вычислении периметра, площади и объема фигур и тел.

Различные инструменты для измерений. Перевод результатов измерений из одной системы единиц в другую. Разумные оценки точности измерений. Азимут. Составные единицы измерения. Рисование линий, углов, треугольников и других фигур с помощью линейки и транспортира.

Построения циркулем и линейкой (без делений). Построение геометрических мест точек.

Вычисление периметров и площадей фигур, образованных с помощью треугольников и прямоугольников и других фигур. Формула  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$  для площади треугольника. Длина

окружности и площадь круга. Объем прямой призмы и тел, образованных из кубов и прямоугольных параллелепипедов. Задачи на вычисление с более сложными фигурами и телами.

## Статистика и вероятность

Экзаменующийся должен:

Понимать и использовать процесс решения статистической задачи, цикл обработки данных. Определять возможные источники систематических ошибок. Планировать эксперимент или сбор статистической информации. Создавать формы для сбора информации, различая типы данных.

Извлекать данные из таблиц и списков. Создавать и использовать таблицы для дискретных и группированных данных. Создавать диаграммы разных видов. Понимать графики и диаграммы и делать выводы на их основе. Вычислять медиану, среднее, размах, квартили, интерквартильный размах, моду и модальный класс.

Распознавать корреляцию, на глаз рисовать линию наилучшего приближения, понимать ее смысл и уметь использовать.

Сравнивать распределения.

Понимать и использовать язык теории вероятностей и шкалу вероятностей.

Понимать и использовать оценки или меры вероятности, основанные на теоретических моделях (например, равновероятных исходах) или относительной частоте.

Выписывать все исходы, приводящие к одиночному событию или к двум событиям, и вычислять соответствующие вероятности. Распознавать различные взаимоисключающие исходы и знать, что сумма вероятностей всех этих исходов равна 1.

*Знать, когда можно складывать или умножать две вероятности: если события  $A$  и  $B$  являются несовместными, то вероятность наступления  $A$  или  $B$  равна  $P(A) + P(B)$ , а если события  $A$  и  $B$  являются независимыми, то вероятность наступления  $A$  и  $B$  равна  $P(A)P(B)$ .*

*Использовать древовидную диаграмму для представления исходов составных событий, понимая, когда события являются независимыми.*

Сравнивать экспериментальные данные и теоретические вероятности. Понимать, что при повторении эксперимента, вообще говоря, получаются разные исходы, но при увеличении размера выборки точность оценки вероятности и характеристик обследуемой совокупности увеличивается.

## Демонстрационные варианты письменных работ

Важной особенностью новой программы GCSE по математике является связь изучаемой теории с задачами и ситуациями, которые могут встретиться в повседневной жизни. В ходе экзаменов школьники должны показать, что они понимают информацию математического характера, могут ее использовать, обрабатывать, интерпретировать, анализировать результаты, доносить их до других людей. Задачи такого рода (или их элементы) составляют от 30 до 40 процентов задач экзаменов базового уровня и от 20 до 30 процентов задач высшего уровня.

В ходе новых экзаменов особое внимание будет уделено умению излагать математическую мысль в письменной форме. Это означает правильное использование математического языка (формул, уравнений, выражений, диаграмм), умение дать ответ ясно и связно, хорошее владение английским языком.

Для решения задачи и записи ответа нет никаких формальных требований — упор делается на проверку знаний по математике, а не умение правильно заполнять клеточки в предлагаемых формах.

Ниже мы приведем демонстрационный вариант экзамена GCSE по математике при модульной системе подготовки [6]. Этот экзамен состоит из трех письменных работ. Первая из них в

основном посвящена статистике и теории вероятностей, вторая — алгебре, третья — геометрии. Все три части экзамена относятся к высшему уровню сложности.

Мы немного отредактировали тексты задач, в ряде случаев убрали рисунки, иллюстрирующие условия задач. Однако мы оставили (в тех случаях, когда она использовалась в оригинальном тексте) британскую систему мер и денежных единиц. Напомним, что 1 дюйм приблизительно равен 2,5 см, 1 миля (сухопутная) приблизительно равна 1,6 км (1 морская миля — около 1,8 км), 1 галлон приблизительно равен 4,5 литра (в США около 3,8 литра), 1 фунт (денежная единица Великобритании) состоит из 100 пенсов и приблизительно эквивалентен 50 рублям.

### Экзаменационная работа № 1

Экзамен длится 1 час. Необходимо иметь калькулятор и чертежные инструменты. Максимальное количество баллов за эту работу равно 54. Вопросы 2 и 12 оценивают способность излагать решение письменно.

1. Клайв работает в местном городском совете. Одна из его обязанностей заключается в проверке того, что таксомоторные компании устанавливают обоснованные тарифы на свои услуги. Каждую неделю он проверяет 10 поездок на такси и для каждой поездки записывает плату за проезд и расстояние.

а) (1 балл) Клайв ожидает, что должна быть сильная положительная корреляция между расстоянием и платой за поездку. Объясните, почему он так думает.

б) (1 балл) На диаграмме рассеивания, изображенной на рисунке 1.1, показаны результаты за неделю в январе 2009. Подтверждают ли эти данные точку зрения Клайва относительно корреляции между расстоянием и платой за поездку? Обоснуйте ваш ответ.

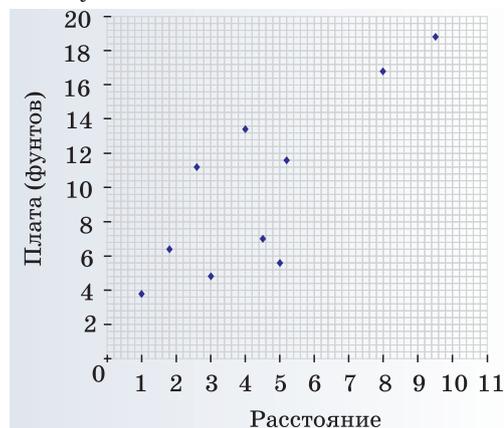


Рис. 1.1

**2. (5 баллов)** В классе 10 мальчиков и 10 девочек. Каждому из них задали по 20 задач на арифметические вычисления в уме. Данные о числе верно решенных задач для мальчиков приведены в следующем списке: 12, 18, 12, 19, 9, 20, 11, 9, 18, 12. Для девочек известно лишь то, что среднее число правильно решенных задач одной ученицей равно 14,5, а размах числа правильно решенных задач равен 12. Используйте эти данные для анализа гипотезы «Мальчики лучше считают в уме, чем девочки».

**3.** Участковый врач хочет убедить своих пациентов (их около 500 человек) уделять больше внимания физкультуре. С этой целью он решает провести исследование, чтобы понять, в какой мере они сейчас занимаются физкультурой.

а) (1 балл) Для получения необходимой информации он может применить один из трех возможных методов:

1) опросить первых 50 пациентов, которые придут к нему на прием на этой неделе;

2) выбрать 50 пациентов случайно;

3) для каждой буквы алфавита выбрать по одному пациенту с фамилией, начинающейся с этой буквы.

Объясните, почему метод 3 не подходит для получения объективной информации.

б) (1 балл) Какой из двух других методов проведения исследования даст более надежный результат. Аргументируйте ваш ответ.

**4. (4 балла)** Ронан создал новую игру. У него есть 9 одинаковых по размеру дисков, из которых созданы два набора. На дисках из первого набора написано 1, 3, 5, 7, 9, а на дисках из второго – 2, 4, 6, 8. В соответствии с правилами игры игрок случайным образом выбирает по одному диску из каждого набора и складывает написанные на них числа. Если эта сумма равна 13, то игрок выигрывает; если нет, то проигрывает.

Ронан решил использовать эту игру, чтобы собрать деньги для благотворительной организации. Участие в игре стоит 20 пенсов, и в случае выигрыша игрок получает шоколадку стоимостью 50 пенсов.

Покажите, что если в игре примут участие 100 человек, то Ронан может рассчитывать на доход (в пользу благотворительной организации) в раз-  
мере примерно 12 фунтов 50 пенсов.

**5. а) (3 балла)** В классе учатся 30 школьников. Все они писали контрольную работу по математике. Данные о числе школьников, решивших определенное количество задач, приведены в следующей таблице.

Число задач	3	4	5	6	7	8
Число школьников	0	4	4	9	8	5

Подсчитайте среднее число задач, решенных одним школьником.

б) Все школьники этого класса изучают два иностранных языка: французский и испанский. Следующая таблица содержит информацию о числе школьников, получивших определенные оценки по этим предметам по шестибальной шкале.

		Испанский язык						
Французский язык	Оценка	1	2	3	4	5	6	Всего
	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	0	0	0	0	0	1
	3	2	1	1	0	0	0	4
	4	0	3	4	1	0	0	8
	5	0	1	2	3	2	0	8
	6	0	0	3	3	2	1	9
	Всего	3	5	10	7	4	1	30

1) (2 балла) Найдите медиану оценки по французскому языку.

2) (1 балл) Учитель считает, что успеваемость по французскому языку лучше, чем по испанскому. Как вы можете подтвердить эту точку зрения с помощью таблицы?

**6.** Пусть  $x = 2,5 \cdot 10^5$ ,  $y = 3,8 \cdot 10^4$ ,  $z = 1,9 \cdot 10^6$ .

а) (1 балл) Вычислите:  $x - y$ .

б) (1 балл) Вычислите:  $x^2$ .

с) (1 балл) Вычислите:  $\frac{xy}{z}$ .

**7. (3 балла)** Семья из двух человек хочет поехать в недельный отпуск в апреле. Туристическое агентство, в которой они купили этот тур, предлагала следующие условия на поездки (приведены цены для одного человека):

	7 ночей	14 ночей
1 апреля – 30 апреля	315 фунтов	575 фунтов
1 мая – 6 июля	220 фунтов	400 фунтов

Кроме того, агенство добавляет фиксированный процент к сумме, указанной в таблице, чтобы покрыть свои расходы на бронирование тура. В итоге эта семья заплатила 642 фунта 60 пенсов. Вычислите процент за услуги агентства.

**8.** В мешке лежит 5 зеленых и 3 красных шара. Из мешка случайно выбирают один шар и затем возвращают его в мешок. Затем из мешка случайно выбирают еще один шар.

а) (1 балл) Дополните до конца древовидную диаграмму, изображенную на рисунке 1.2.

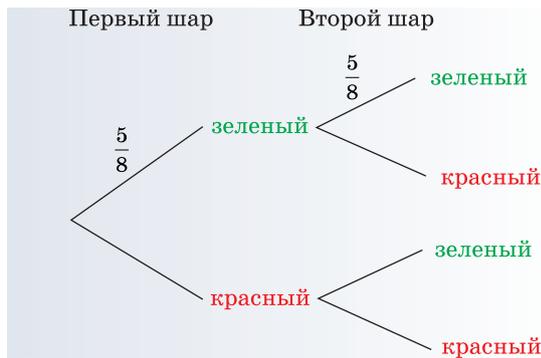


Рис. 1,2

б) (2 балла) Найдите вероятность того, что оба шара — красные.

с) (3 балла) В дополнение к 5 зеленым и 3 красным шарам в мешок положили еще несколько зеленых шаров. После этого, как и раньше, из мешка случайно выбирают один шар и затем возвращают его в мешок. Затем из мешка случайно выбирают еще один шар. Теперь вероятность того,

что оба шара красные, равна  $\frac{1}{25}$ . Сколько зеленых шаров добавили в мешок?

9. За квартал больница провела 120 плановых операций. Время ожидания операции (время от момента регистрации пациента с направлением на операцию до операции) зависит от наличия свободных мест в больнице и занятости врачей другими пациентами (поступившими раньше и в результате экстренных случаев). Линия, изображенная на рисунке 1.3, показывает зависимость накопленного числа пациентов от времени ожидания.



Рис. 1.3

а) (3 балла) Больница утверждает, что 75% пациентов ожидают операцию меньше 40 дней. Прокомментируйте это заявление.

б) (3 балла) Наименьшее время ожидания было 1 неделя. Размах времени ожидания был 7 недель. Используйте эту информацию и зависимость накопленного числа пациентов от времени ожидания для того, чтобы нарисовать квартильную диаграмму для времен ожидания.

с) (3 балла) В соседней больнице за год было проведено 746 плановых операций. В нижеследующей таблице приведена информация о возрасте и поле пациентов.

	Возраст		
	До 18	18–65	Старше 65
Мужчины	84	342	50
Женщины	39	194	37

Больница хочет произвести расслоенную выборку из 80 пациентов. Заполните таблицу, показывающую, сколько людей из каждой группы нужно выбрать.

	Возраст		
	До 18	18–65	Старше 65
Мужчины			
Женщины			

10. Нижеприведенная таблица показывает вес первых 100 посылок, сданных на почту.

Вес, w (в килограммах)	$0 < w \leq 0,5$	$0,5 < w \leq 1$	$1 < w \leq 2$	$2 < w \leq 4$
Число посылок	34	28	22	16

а) (3 балла) Нарисуйте гистограмму для распределения веса посылок.

б) (3 балла) Оцените вероятность того, что вес каждой из двух первых посылок превышал 500 грамм.

11. Радиус Земли относится к радиусу Юпитера примерно как 1 : 11. Масса Земли относится к массе Юпитера примерно как 1 : 320. Считая, что и Земля, и Юпитер могут рассматриваться как шары.

а) (1 балл) Покажите, что объем Земли относится к объему Юпитера примерно как 1 : 1331.

б) (2 балла) Плотность определяется как отношение средней массы к объему. Вычислите отношение средней плотности Земли к средней плотности Юпитера. Ответ дайте в виде 1 : n.

Для решения задачи напоминаем, что объем шара радиусом r равен  $\frac{4}{3}\pi r^3$ .

12. (5 баллов) Кофейный автомат наливает 130 миллилитров черного кофе в бумажный стакан емкостью 175 миллилитров. Эти объемы являются точными до трех значащих цифр. Молоко продается отдельно в маленьких упаковках объемом 21 миллилитр. Этот объем является точным до ближайшего миллилитра. Можно ли гарантировать, что кофе не перельется через край?

## Экзаменационная работа № 2

Экзамен длится 1 час 15 мин. Максимальное количество баллов за эту работу равно 66. Вопросы 2, 3, 11 и 14 оценивают способность излагать решение письменно. На этом экзамене пользоваться калькулятором не разрешено.

1. (2 балла) Подсчитайте приближенное значение выражения  $\frac{\sqrt{99}}{19}$ .

2. (3 балла) В декабре 2008 года ставка налога на добавленную стоимость (НДС) была снижена с  $17\frac{1}{2}$  до 15%. Газонокосилка продается за 140 фунтов плюс НДС. Вычислите, на сколько изменится цена газонокосилки после этого уменьшения налога.

3. Барбара возит посетителей местной больницы на собственном автомобиле. Стоимость поездки — 40 пенсов за 1 милю. В среднем она проезжает 2000 миль в месяц. На 50 миль ее автомобиль потребляет около 1 галлона бензина. Другие расходы на содержание автомобиля составляют около 10 пенсов на 1 милю.

а) (2 балла) Бензин стоит 5 фунтов за 1 галлон. Сколько денег тратит Барбара в год на бензин?

б) (4 балла) Барбара откладывает деньги, которые остались после оплаты бензина и расходов на содержание автомобиля. Она планирует использовать эти деньги на свой отпуск, который будет стоить 3000 фунтов. Сможет ли Барбара накопить денег на отпуск после года работы?

4. Четверть всех страниц журнала занята рекламными объявлениями,  $\frac{2}{5}$  всех страниц — фотографиями, а остальные страницы — очерками.

а) (3 балла) Какая доля страниц журнала занята очерками?

б) (2 балла) В журнале 24 фотографии. При этом число спортивных фотографий относится к числу всех других фотографий как 5 : 3. Сколько спортивных фотографий в журнале?

5. а) (1 балл) Упростите:  $m^3 \cdot m^5$ .

б) (1 балл) Упростите:  $\frac{m^4}{m^6}$ .

с) (2 балла) Упростите:  $\sqrt{\frac{\pi a^3}{4\pi a}}$ .

6. а) (1 балл) Дана последовательность 2; 7; 17; ..., каждый член которой, начиная со второго,

получается из предыдущего умножением на 2, а затем прибавлением 3. Найдите четвертый член этой последовательности.

б) (4 балла) В последовательности каждый член, начиная со второго, получается из предыдущего умножением на 2, а затем прибавлением некоторого целого числа  $a$ . Первый член этой последовательности равен 8, а четвертый равен 127. Найдите число  $a$ .

7. Спортивный центр сдает напрокат обычные и горные велосипеды. График на рисунке 2.1 показывает зависимость стоимости  $C$  (в фунтах) проката обычного велосипеда от количества дней  $d$ .

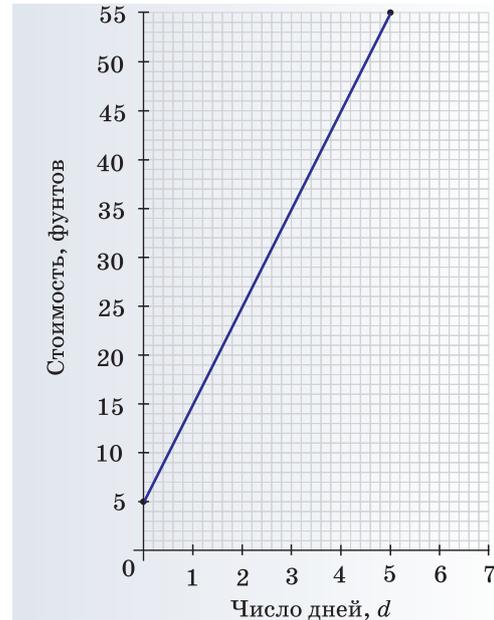


Рис. 2.1

а) (1 балл) Обведите кружком правильную формулу, связывающую стоимость  $C$  и число дней  $d$ , на которое велосипед взят на прокат:

$$C = 2d + 5, C = 5d + 10, C = 10d + 5.$$

б) (3 балла) Стоимость аренды горного велосипеда дается формулой  $C = 5d + 15$ .

Человек хочет взять напрокат горный велосипед. Он думает, что аренда горного велосипеда всегда будет дороже аренды обычного велосипеда. Верно ли это? Объясните ваш ответ.

8. Грег задумывает положительное целое число, меньшее 15. Затем он вычитает из него 4 и удваивает результат. Из получившегося числа он опять вычитает 4 и удваивает результат. Повторив этот процесс несколько раз, он получает 40.

а) (2 балла) Покажите, что если бы Грег начал с числа 12, то в результате на некотором шаге он получил бы число 40.

б) (2 балла) Найдите еще одно число, начав с которого, Грег мог бы получить на некотором шаге число 40.

9. а) (2 балла) Разложите на множители:  
 $12x^3 - 8xyz$ .
- б) (2 балла) Разложите на множители:  
 $x^2 + 3x + 2$ .
- с) (1 балл) Упростите:  
 $\frac{x+2}{3(x+2)}$ .
- д) (3 балла) Разложите на множители:  
 $10x^2 - 40y^2$ .

10. (5 баллов) Две семьи идут в цирк. Первая семья, в которой двое взрослых и трое детей, заплатила за билеты 69 фунтов. Вторая семья, в которой трое взрослых и пятеро детей, заплатила за билеты 109 фунтов. Сколько стоит взрослый билет и сколько стоит детский билет?

11. а) (2 балла) Упростите выражение  
 $(9 + \sqrt{7})(9 + \sqrt{7})$ .

Ответ дайте в виде  $a + b\sqrt{7}$ .

- б) (4 балла) Докажите, что  
 $\frac{\sqrt{12} + 6}{\sqrt{3}} = 2(1 + \sqrt{3})$ .

12. а) (2 балла) Решите неравенство  
 $3x + 7 > x + 8$ .
- б) (2 балла) Выразите  $a$  из формулы  
 $\sqrt{a+3} = b$ .

13. (4 балла) Разность между квадратами двух последовательных четных чисел в два раза больше суммы этих чисел. Например,  
 $8^2 - 6^2 = 28, 2 \cdot (8 + 6) = 28$ .  
 Докажите этот результат алгебраически.

14. (6 баллов) Решите уравнение  
 $\frac{10}{2x-1} - \frac{3}{x} = 3$ .

### Экзаменационная работа № 3

Экзамен длится 1 час 30 мин. Максимальное количество баллов за эту работу равно 80. Вопросы 10 и 16 оценивают способность излагать решение письменно.

1. На рисунке 3.1 нарисован треугольник  $T$ .

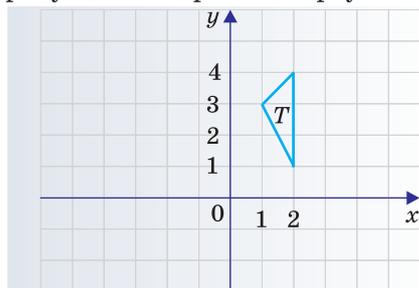


Рис. 3.1

а) (3 балла) Нарисуйте образ этого треугольника после поворота на угол  $90^\circ$  против часовой стрелки относительно точки  $O$ .

б) (2 балла) Треугольник  $T$  отображали симметрично относительно некоторой прямой и получили новый треугольник  $S$ . Координаты вершин треугольника  $S$  есть  $(-4; 4)$ ,  $(-3; 3)$  и  $(-4; 1)$ . Найдите уравнение оси симметрии.

2. (4 балла) На некотором участке дороги проводят ремонтные работы и потому скорость ограничена 50 милями в час. Видеокамера, установленная на этом участке, показала, что один из автомобилей проехал 600 метров за 27 секунд. 10 миль в час соответствуют примерно 4,47 метров в секунду. Превысил ли этот автомобиль установленный предел скорости?

3. (2 балла) Является ли следующее утверждение всегда верным, иногда верным, всегда ложным? «Длина окружности диаметром 10 см больше, чем периметр треугольника с основанием 10 см». Обоснуйте ваш ответ.

4. (4 балла) У вас есть бумажный квадрат. Его складывают пополам по линии, проходящей через середины противоположных сторон (рис.3.2). Периметр получившегося прямоугольника равен 39 см. Найдите площадь исходного квадрата.

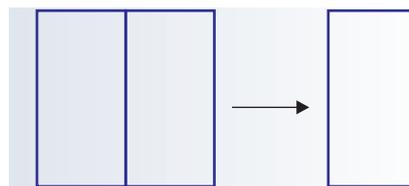


Рис. 3.2

5. (4 балла) На торжественном обеде присутствует 103 человека, которые сидят за 12 столами. За каждым столом сидит 8 или 9 человек. Найдите число столов, за которыми сидит ровно восемь человек.

6. а) (1 балл) Объясните, почему внешний угол правильного пятиугольника, обозначенный  $p$  на рисунке 3.3, равен  $72^\circ$ .

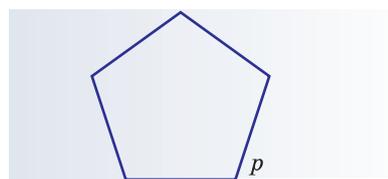


Рис. 3.3

б) (2 балла) На рисунке 3.4 объединены два правильных пятиугольника. Найдите величину угла  $x$ .

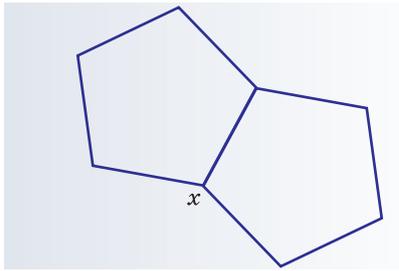


Рис. 3.4

7. (4 балла) Ресторан предлагает своим клиентам три вида пиццы, диаметром 7, 10 и 14 дюймов. Все виды пиццы имеют одинаковую толщину. Роберт намеревается заказать одну пиццу диаметром 14 дюймов, но официант предлагает ему за те же деньги подать две пиццы: одну диаметром 7 дюймов, а вторую диаметром 10 дюймов, мотивируя выгоду от этого специального предложения тем, что  $7 + 10 > 14$ . Однако Роберт отказывается от этого предложения, говоря, что в результате он получит меньше пиццы. Прав ли Роберт? Вы должны привести все ваши рассуждения.

8. а) (1 балл) Разложите на множители:  $x^2 + 10x$ .

б) (1 балл) Разложите на множители:  $y^2 - 36$ .

с) (3 балла) Решите уравнение  $5w + 6 = 9 - w$ .

д) (4 балла) Решите уравнение  $\frac{2x+3}{4} + \frac{x-5}{3} = \frac{3}{2}$ .

9. Слиток золота, изображенный на рисунке 3.5, в сечении имеет форму трапеции.

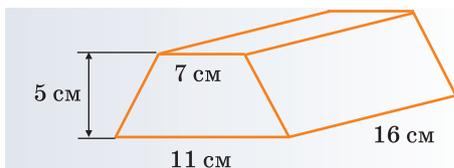


Рис. 3.5

а) (2 балла) Вычислите площадь сечения слитка.

б) (4 балла) Плотность золота  $19,3 \text{ г/см}^3$ . Найдите массу этого слитка. Ответ запишите в килограммах.

10. (6 баллов) Дачник хочет сделать клумбу в виде прямоугольного параллелепипеда со сторонами основания 2 м и 6 м и высотой 1 м. Землю для этой клумбы можно купить в одной из двух компаний: А или В. Компания А предлагает землю по 49,50 фунта за  $1 \text{ м}^3$  плюс 30 фунтов за доставку (вне зависимости от массы купленной земли). Минимальный размер покупки в компа-

нии В составляет 10 тонн (за 430 фунтов), а каждая последующая тонна обходится в 67,50 фунта. Доставка купленной земли бесплатна. Известно, что  $1 \text{ м}^3$  земли весит 1,25 тонны. В какой компании следует покупать землю и сколько это будет стоить?

11. Вам даны четыре уравнения:

1)  $y = 3x + 2$ ;

2)  $2x + 3y = 6$ ;

3)  $y = 3x^2$ ;

4)  $y = x^3$ .

а) (3 балла) На рисунке 3.6 изображены графики трех функций. Подпишите под каждым графиком то из приведенных выше уравнений, которое его задает.

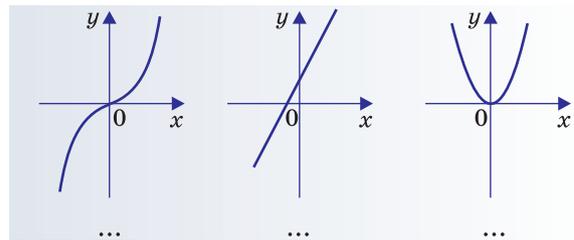


Рис. 3.6

б) (1 балл) Нарисуйте график, задаваемый оставшимся уравнением.

12. а) (2 балла) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 41 см, а один из катетов — 40 см. Покажите, что второй катет равен 9 см.

б) (5 баллов) В прямоугольном треугольнике катеты равны  $n$  и  $m$  соответственно, а гипотенуза равна  $n + 1$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа. Докажите, что  $m$  — четное число.

13. Катя использует формулу для корней квадратного уравнения, чтобы решить некоторое квадратное уравнение. После безошибочной подстановки нужных чисел она получила:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 72}}{4}.$$

а) (3 балла) Какое квадратное уравнение пытается решить Катя?

б) (1 балл) Объясните, почему Катя не сможет найти ни одного корня этого уравнения.

14. (3 балла) В треугольнике ABC стороны равны:  $AB = 6 \text{ см}$ ,  $AC = 10 \text{ см}$ ,  $BC = 14 \text{ см}$ . Найдите величину наибольшего угла этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

15. (3 балла) На рисунке 3.7 точка O — центр окружности,  $\angle PRS = 134^\circ$ . Найдите величину большего угла POQ (в градусах).

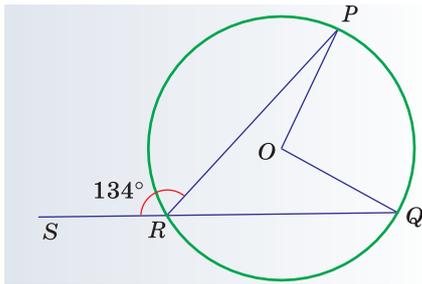


Рис. 3.7

16. а) (4 балла) Лабораторная пробирка, длиной 12 см, образована из цилиндра, диаметром 6 см, и полусферы (рис. 3.8). Найдите объем пробирки. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

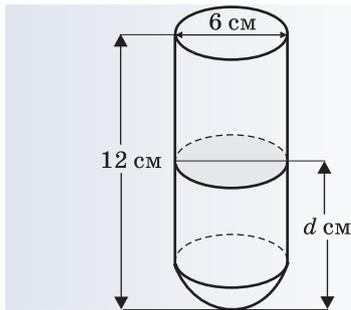


Рис. 3.8

б) (4 балла) Пробирка наполнена водой на половину своего объема. Найдите высоту  $d$  столбика воды.

17. (4 балла) На рисунке 3.9 изображен график функции  $y = x^2 - 4x + 1$ . Решите уравнение  $x^2 - 5x + 3 = 0$ , нарисовав в дополнение к этому графику график подходящей линейной функции.

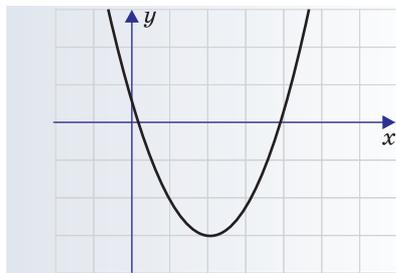


Рис. 3.9

### Критерии проверки

Как мы уже отмечали, каждая задача оценивается определенным числом баллов. Балл за конкретную задачу или часть задачи складывается из баллов за отдельные этапы решения. Эти промежуточные баллы даются за [8]:

- верный метод решения (код балла M, Method), который мог бы привести к верному ответу;
- верный ответ или верный промежуточный результат, полученный в результате применения

верного метода решения (код балла A, Accuracy). Для получения этого балла не требуется ясно излагать сам метод (он может подразумеваться);

— верный ответ или верный промежуточный результат, вне связи с методом его получения (код балла B, Basic);

— качество изложения решения в письменной форме (код балла Q, Quality);

— верный метод решения, который базируется на применении верного метода на предыдущем шаге (код балла Mdep, Method dependent);

— рассуждения в ходе неверной интерпретации задачи, имеющие определенную математическую ценность (код балла SC, Special Case).

В ряде случаев балл может даваться и после ошибки на некотором шаге, если дальнейшая схема решения и результат (условно) верны (на это указывает дополнительный код балла FT, Follow Through).

Эта схема присуждения баллов показывает, что экзаменационная комиссия старается найти в проверяемой работе школьника любые позитивные результаты и вознаградить его за любые достижения в изучении математики (не акцентируя внимание на пробелах в знаниях).

Чтобы проиллюстрировать эти общие принципы, рассмотрим по одной задаче из каждой из трех письменных работ: задачу 4 (по теории вероятностей) работы № 1, задачу 3 (по алгебре) работы № 2, задачу 6 (по геометрии) работы № 3.

Подробное решение, с обоснованием всех шагов, задачи 4 (по теории вероятностей) работы № 1 могло бы выглядеть следующим образом.

**Шаг 1.** Элементарным событием (исходом) при случайном выборе по одному диску из каждого набора является пара  $(n; m)$ , где  $n$  — число, написанное на диске, выбранном из первого набора, а  $m$  — число, написанное на диске из второго набора. Все пространство элементарных событий можно представить в виде таблицы:

(1; 2)	(1; 4)	(1; 6)	(1; 8)
(3; 2)	(3; 4)	(3; 6)	(3; 8)
(5; 2)	(5; 4)	(5; 6)	<b>(5; 8)</b>
(7; 2)	(7; 4)	<b>(7; 6)</b>	(7; 8)
(9; 2)	<b>(9; 4)</b>	(9; 6)	(9; 8)

Общее число элементарных событий равно  $4 \cdot 5 = 20$  (этот же результат можно получить, просто пересчитав все пары в приведенной выше таблице).

Из таблицы ясно, что событию «сумма равна 13» (обозначим его буквой A) благоприятствуют три элементарных события: (5; 8), (7; 6), (9; 4) (эти пары отмечены жирным шрифтом).

Поскольку выбор дисков производится случайно, все элементарные события равновозможны. Следовательно, вероятность  $P(A)$  события  $A$  равна отношению числа элементарных событий, благоприятствующих этому событию, к общему числу элементарных событий:  $P(A) = \frac{3}{20}$ .

При достаточно большом числе повторений случайного эксперимента частота наступления события близка к его вероятности. Поэтому шоколадку выиграет примерно  $\frac{3}{20}$  от общего числа участников игры, то есть примерно  $\frac{3}{20} \cdot 100 = 15$  человек.

В соответствии с официальными критериями проверки [8, Unit 1], суть шага 1 заключается в том, что должно быть получено точное значение вероятности события «сумма равна 13» и оценено общее число участников игры, выигравших шоколадку. Этот результат относится к типу В, то есть, в соответствии с принятыми критериями оценки его обоснование не требуется. Таким образом, в экзаменационной работе может быть без всякой аргументации написано « $P(A) = \frac{3}{20}$ , из 100 участников выиграет примерно 15 человек». За этот шаг дается 1 балл.

**Шаг 2.** Суммарная стоимость всех выигранных шоколадок может быть оценена (в фунтах) как  $0,5 \cdot 15 = 7,5$ , то есть 7 фунтов 50 пенсов. Этот результат относится к типу В, и за него дается 1 балл.

**Шаг 3.** Общая выручка за право участия в игре равна  $0,2 \cdot 100 = 20$  фунтов. Этот результат относится к типу В, и за него дается 1 балл.

**Шаг 4.** Доход, на который может рассчитывать организатор игры, равен разнице между общей выручкой и стоимостью призов; он может быть оценен как  $20 - 7,5 = 12,5$  фунтов, то есть 12 фунтов 50 пенсов. Этот результат относится к типу В, и за него дается 1 балл.

**Из работы № 2 рассмотрим задачу 3** (по алгебре). Она интересна тем, что в самих экзаменационных материалах указано, что эта задача будет оценивать способность излагать решение письменно.

Подробное решение, с обоснованием всех шагов, этой задачи могло бы выглядеть следующим образом.

**Шаг 1.** Поскольку в среднем Барбара проезжает 2000 миль в месяц, а в году 12 месяцев, за год (в среднем) она проезжает  $2000 \cdot 12 = 24\,000$  миль.

Разобьем это расстояние на 50-мильные отрезки. Число таких отрезков равно  $\frac{24\,000}{50} = 480$ .

Поэтому за год автомобиль потребляет около 480 галлонов бензина. Поскольку 1 галлон бензина стоит 5 фунтов, в год Барбара тратит на бензин  $480 \cdot 5 = 2400$  фунтов.

В соответствии с официальными критериями проверки [8, Unit 2], суть шага 1 заключается в том, что должно быть получено точное значение годовых расходов на бензин (2400 фунтов). В соответствии с принятыми критериями оценки, этот результат относится к типу А и за него дается 1 балл. Тип А означает, что этот балл будет присужден, только если применен верный метод решения. Само решение необязательно излагать так подробно, как это сделали мы. Например, может быть просто проведена цепочка вычислений, из которой ясно, что имел в виду школьник. Кроме того, может быть применен и любой другой правильный метод. Например, можно сначала подсчитать, сколько денег тратится на бензин каждый месяц, с помощью выражения  $\frac{2000}{50} \cdot 5 = 200$ , а затем определить годовые расходы на бензин как  $200 \cdot 12 = 2400$ . За любой правильный метод дополнительно дается 1 балл типа М.

Таким образом, если описан (возможно, неявно) метод вычисления, то школьник получает 1 балл. Если же в дополнение к этому верно выполнены все выкладки, то школьник получает еще 1 балл.

**Шаг 2.** Чтобы ответить на вопрос (b), прежде всего подсчитаем «другие расходы на содержание автомобиля». Так как за год Барбара проезжает 24 000 миль, а расходы на содержание автомобиля составляют 10 пенсов (или 0,1 фунта) на 1 милю, общая сумма годовых расходов на содержание автомобиля равна  $24\,000 \cdot 0,1 = 2400$  фунтов.

Этот результат относится к типу М, и за него дается 1 балл. Тип М означает, что этот балл будет присужден, только если описан (возможно, неявно) метод вычисления.

**Шаг 3.** Поскольку стоимость поездки — 40 пенсов за 1 милю, а за год Барбара проезжает 24 000 миль, годовой доход составляет  $0,4 \cdot 24\,000 = 9600$  фунтов.

Этот результат относится к типу М, и за него дается 1 балл. Как и для шага 2, требуется, чтобы был описан (возможно, неявно) метод вычисления.

**Шаг 4.** После оплаты бензина (2400 фунтов) и расходов на содержание автомобиля (еще 2400 фунтов) чистый доход будет равен  $9600 - 2400 - 2400 = 4800$  фунтам.

В соответствии с официальными критериями проверки [8, Unit 2], суть шага 4 заключается в том, что должно быть получено точное значение

чистого дохода (4800 фунтов). В соответствии с принятыми критериями оценки, этот результат относится к типу Aft и за него дается 1 балл. Тип A означает, что этот балл будет присужден, только если применен верный метод расчета чистого дохода: как разницы между суммарной годовой платой за проезд и суммарными расходами. Дополнительный код балла (FT) указывает, что если на предыдущих шагах были допущены ошибки в вычислениях, но, кроме этого, все остальное верно, то балл за этот шаг присуждается.

**Шаг 5.** Поскольку расходы на планируемый отпуск (3000 фунтов) меньше, чем предполагаемый чистый доход после года работы (4800 фунтов), Барбара сможет накопить денег на отпуск. Если ясно и подробно изложены аргументы, приводящие к этому окончательному выводу, то за этот шаг будет присужден 1 балл типа Q (напомним, что балл типа Q дается за качество изложения решения в письменной форме).

**Из работы № 3 рассмотрим задачу 6** (по геометрии). Подробное решение, с обоснованием всех шагов, этой задачи могло бы выглядеть следующим образом.

**Шаг 1.** Известно, что сумма внешних углов любого многоугольника равна  $360^\circ$ . Значит, внешний угол правильного пятиугольника равен  $360^\circ : 5 = 72^\circ$ . В соответствии с критериями проверки [8, Unit 3], суть шага 1 заключается в том, что должно быть получено точное значение величины внешнего угла. Этот результат относится к типу B, то есть его обоснование не требуется. За этот шаг дается 1 балл.

**Шаг 2.** Угол  $x$  дополняет сумму двух внутренних углов пятиугольников до полного угла. Известно, что сумма внутренних углов  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n - 2)$ . Поэтому внутренний угол правильного пятиугольника равен  $\frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ$ , так что угол  $x$  равен  $360^\circ - 2 \cdot 108^\circ = 144^\circ$ .

В соответствии с принятыми критериями оценки, этот результат относится к типу A и за него дается 1 балл. Тип A означает, что этот балл будет присужден, только если применен верный метод решения. Сам метод необязательно излагать так подробно, как это сделали мы. Например, может быть просто проведена цепочка вычислений, из которой ясно, что имел в виду школьник. Кроме того, может быть применен и любой другой правильный метод. Например, если продолжить общую сторону пятиугольников, то угол  $x$  разделится на два угла, каждый из которых является внешним для соответствующего пятиугольника. Поэтому  $x = 2 \cdot 72^\circ = 144^\circ$ . За любой правильный метод дополнительно дается 1 балл типа M.

Таким образом, если описан (возможно, неявно) метод вычисления, то школьник получает 1 балл. Если же в дополнение к этому верно выполнены все выкладки, то школьник получает еще 1 балл.

## Заключение

Мы не ставили своей целью выполнить сравнительный анализ программ и вариантов экзаменов ГИА и GCSE. Тем не менее отметим несколько особенностей GCSE:

- практическая направленность задач,
- особое внимание уделено статистике и теории вероятностей,
- много задач по геометрии, хотя и достаточно простых.

Детальный сравнительный анализ британского GCSE и отечественной ГИА — это тема отдельного исследования. Как мы уже отмечали во введении, такое исследование потребует учета многих факторов.

Информация о системе образования Великобритании, сколь бы полной и всеохватывающей она ни была, может рассматриваться лишь как часть картины современного образования в развитых западных странах. При этом следует понимать, что многие решения в области национального образования Великобритании были политическими и являлись своеобразным способом решения социальных проблем молодежи. В последнее время такой подход к реформам в образовании все чаще и резче критикуется (см., например, статью [9] с детальным анализом уровня школьной математики в Великобритании за последние 50 лет или статью видного деятеля консервативной партии Великобритании Б. Джонсона [10] по поводу высшего образования).

## Литература

1. Фундаментальное ядро содержания общего образования. Проект / под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. — М.: Просвещение, 2009.
2. Фалин Г.И., Фалин А.И. Новая система довузовской подготовки и аттестации выпускников школ в Великобритании // Математика в школе (принято к печати).
3. GCSEs. The Official Student guide to the system. Office of the Qualifications and Examinations Regulator (Ofqual), 2009.
4. GCSE subject criteria for mathematics. Office of the Qualifications and Examinations Regulator (Ofqual), March 2009.
5. GCSE Specification. Mathematics 4360. AQA, 2009.
6. General Certificate of Secondary Education. Mathematics. Unit 1. Higher Tier Specimen Paper, 2012 Specification. AQA, 2009.
7. Carmen L. Vidal Rodeiro, Rita Nádas. Effects of modularisation. Cambridge Assessment, 2010.
8. General Certificate of Secondary Education. Mathematics. Unit 1. Higher Tier Mark Scheme (Specimen Paper), 2012 Specification. AQA, 2009.
9. Laura Kounine, John Marks, Elizabeth Truss. The value of mathematics. Reform, June 2008.
10. Boris Johnson. 'Mickey Mouse' degrees are just the job. The Telegraph, 23 Aug 2007.

# НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ ПОДПИСЧИКОВ!

Вы подписаны на бумажную версию журнала «Математика»?

У вас есть доступ к Интернету?

Если да, то теперь вы можете **БЕСПЛАТНО**  
получать **ЭЛЕКТРОННУЮ ВЕРСИЮ** журнала!



## НУЖНО ТОЛЬКО:

- 1 Зайти на интернет-сайт [www.1september.ru](http://www.1september.ru)
- 2 Зарегистрировать личный кабинет (если у вас его еще нет)
- 3 Ввести код SE-02517-12471 и информацию с квитанции о подписке

С этого момента **1 ЧИСЛА КАЖДОГО МЕСЯЦА** в ваш личный кабинет будет доставляться **НОВЫЙ ВЫПУСК ЭЛЕКТРОННОЙ ВЕРСИИ ЖУРНАЛА**. Читать журнал и работать с ним вы можете в любое удобное время: все выпуски будут храниться в вашем личном архиве.

---

Электронная версия: • Полностью соответствует бумажной • Выходит гарантированно в срок • Легко распечатывается на принтере • Доставляется по Интернету

## ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \\ \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{17}, \sqrt{18}, \sqrt{19}, \dots$$

Согласно учению Пифагора мир был стройным целым, подчиненным законам гармонии и числа. И он считал, что существует единая единица длины, достаточно малая и неделимая, которая целое число раз входит в любой отрезок.

Первое доказательство существования иррациональных чисел обычно приписывается Гиппасу из Метапонта (ок. 500 г. до н.э.), последователю учения Пифагора, который нашёл это доказательство, изучая длины сторон пентаграммы. Гиппас обосновал, что не существует единой единицы длины, поскольку предположение о ее существовании приводит к противоречию. Он показал, что если гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника содержит целое число единичных отрезков, то это число должно быть одновременно и четным, и нечетным.

Греческие математики назвали отношение несоизмеримых величин *алогос* (невыразимым), однако не воздали Гиппасу должного уважения. Существует легенда, что Гиппас совершил открытие, находясь в морском походе, и был выброшен за борт другими пифагорейцами «за создание элемента вселенной, который отрицает доктрину, что все сущности во вселенной могут быть сведены к целым числам и их отношениям». Открытие Гиппаса поставило перед пифагорейской математикой серьезную проблему, разрушив лежавшее в основе всей теории предположение, что числа и геометрические объекты едины и неразделимы.

По материалам Википедии