



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

П.І. Островський, О.М. Гострик, Т.П. Добрунік, О.В. Радова

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Навчальний посібник

Одеса ONEU 2012

УДК 004.03:519.86(075.8)

ББК 32.973 я 73

О 72

Рекомендовано до видання Вченою радою Одеського національного економічного університету, протокол № 6 від 28.02.2012 р.

Рецензенти:

Негрі О.Б. – кандидат економічних наук, доцент

Чернишев В.Г. – кандидат економічних наук, доцент

Рейкова Л.І. – доктор економічних наук, професор

Островський П.І., Гострик О.М., Добрунік Т.П., Радова О.В.

Моделювання економічних процесів: Навчальний посібник. – Одеса. ОНЕУ, 2012. -132 с.

Навчальний посібник призначено для ефективного засвоєння програмного матеріалу та самостійної роботи студентів. У навчальному посібнику викладено теоретичні та методологічні основи використання економіко-математичних та економіко-статистичних методів в дипломному проектуванні, наведені практичні рекомендації по їх реалізації в середовищі MS Excel. Досліджено типові економіко-математичні та економіко-статистичні моделі, детально описана технологія виконання конкретних прикладних рішень.

Посібник призначено для бакалаврів, магістрів напряму підготовки «Економіка та підприємництво», аспірантів та викладачів економічних спеціальностей, а також фахівців у сфері економічної діяльності.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
ТЕМА 1. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ.....	7
1.1 Кількісні залежності в економічних процесах.....	7
1.2 Поняття про моделювання.....	9
1.3 Економіко-математичні моделі	13
ТЕМА 2. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	21
2.1 Лінійне програмування.....	21
2.2 Розробка економіко-математичної моделі	24
2.3 Складання та вирішення економіко-математичної задачі	29
2.4 Розробка і вирішення економіко-статистичної задачі	36
ТЕМА 3. МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ВИРОБНИЦТВА В СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОМУ ПІДПРИЄМСТВІ.....	52
3.1 Розробка структурної економіко-математичної моделі	52
3.2 Розробка розширеної економіко-математичної моделі	59
3.3 Аналіз отриманих результатів вирішення задач	66
3.4 Застосування базової економіко-математичної моделі структури виробництва в дипломному проектуванні	69
ТЕМА 4. ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ДИПЛОМНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ.....	81
4.1 Проведення аналізу результативної змінної та факторів що впливають на її значення. Отримання статистичних даних та їх обробка	81
4.2 Визначення математичної інтерпретації залежних і незалежних змінних. Вирішення задачі	84
4.3 Статистична і економічна оцінка моделі	87
4.4 Економічна інтерпретація робочого рівняння і його застосування в практичних розрахунках.....	91
ТЕМА 5. КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ СТАТИСТИЧНИХ ТА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ.....	102
5.1 Прогнозування методом ковзного середнього	102
5.2 Побудування прогнозів за допомогою функції „ТЕНДЕНЦІЯ”	104
5.3 Побудування нелінійних прогнозів за допомогою функції „РОСТ”	106
5.4 Побудування прогнозів на підставі трендового аналізу	109
5.5 Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз	113
5.6 Використання процедури „ПОШУК РІШЕНЬ” пакету MS Excel для розв'язання оптимізаційних задач	122
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ	129

Вступ

Розвиток ринкової системи господарювання в Україні, активізація діяльності нових підприємницьких організаційно-правових структур зумовлює пріоритетність формування та аналізу економічної інформації із використанням сучасного інструментарію для прийняття управлінських рішень та розробки стратегії розвитку підприємств. У зв'язку з цим актуалізується завдання цілеспрямованої підготовки спеціалістів-аналітиків, які б вміло застосовували набуті знання до вирішення конкретних виробничих ситуацій з метою забезпечення стабільного функціонування суб'єктів економічної діяльності в умовах мінливого зовнішнього середовища.

Сучасний економіст повинен володіти широкими знаннями, бути достатньо ерудованим з циклу гуманітарних та загальноекономічних дисциплін, досконало володіти спеціальністю. Для цього йому необхідно безперервно поповнювати знання, розширювати соціально-економічний кругозір, вміти на практиці застосовувати передові технології раціональної організації виробництва.

Однією з організаційних форм і методів навчання є дипломне проектування, яке є заключним етапом дидактичного циклу навчання у ВНЗ. Основний зміст цього етапу – поглиблення загальнонаукової і фахової підготовки студентів в процесі самостійного творчого застосування отриманих знань для вирішення конкретних науково-виробничих задач, оцінка рівня професійної підготовки майбутнього фахівця.

Навчальним планом підготовки студентів передбачено поглиблене вивчення сучасних методів: економіко-статистичних, балансового, нормативно-ресурсного, монографічного, програмно-цільового, математичного моделювання економічних процесів в сільському господарстві.

Особливої уваги заслуговує при виконанні дипломних робіт широке застосування математичних методів дослідження, серед яких економіко-математичні і економіко-статистичні. В сучасних умовах господарювання економіко-математичні методи стають важливим інструментом отримання

більш глибоких і повних знань про кількісні та якісні сторони економічного механізму тих чи інших процесів і явищ.

Загальновідомо, що не можна визначити рівня і характеру розвитку економічного процесу сільськогосподарського підприємства через механізм додаванням різних складових одного і того ж явища, якщо характер і темпи руху частин вираховані за допомогою різних методів. Кожна частина процесу взаємопов'язана одна з іншою причинно-наслідковим зв'язком. Дослідження різного рівня слід вести таким чином, щоб на його базі можна було б робити науково-обґрунтовані прогнози. Кожний прогноз повинен бути таким, щоб було видно основні контури перспектив розвитку підприємства, через призму темпів розвитку економіки в ринкових умовах. Ці умови зобов'язують як дослідника так і практичного фахівця прорахувати різні варіанти здійснення економічних процесів і вибору найбільш оптимального.

Практика дослідження сільськогосподарського виробництва показує, що раціональне співвідношення видів діяльності, спеціалізація і оптимальні розміри сучасних агро формувань, структура управління і обсяги основних елементів виробничо-ресурсного потенціалу підприємств в сучасних умовах можна здійснити тільки на основі досконалого вивчення сучасного стану і наукової розробки стратегії розвитку.

В своїй більшості магістерські дипломні дослідження носять реальний характер, окремі рекомендації практично втілюються в життя. Пропозиції і рекомендації магістрантів повинні ґрунтуватись на результатах досліджень, отриманих із застосуванням методів економіко-математичного і економіко-статистичного моделювання економічних процесів.

Навчальний посібник написано відповідно до програм курсів “Комп'ютерне моделювання в економіці”, „Моделювання економічних процесів” для студентів-економістів, які навчаються за магістерськими програмами «Облік та аудит в управлінні сільськогосподарськими об'єднаннями» та «Облік та аудит в управлінні агропромисловими формуваннями».

Мета навчального посібника полягає у формуванні у студентів системи знань з економіко-математичних та економіко-статистичних методів, в набутті теоретичних основ і практичних навичок з питань постановки, розв'язування оптимізаційних задач економіки із застосуванням комп'ютерних технологій та економіко-математичного моделювання.

Щоб вільно володіти цим інструментарієм і сукупністю прийомів і правил, які забезпечують формалізацію економічних процесів і явищ та представлення їх у вигляді математичних моделей, потрібно, насамперед, опанувати знання з базових економічних дисциплін, а також знання з математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичного програмування, економічної статистики, фінансового аналізу, фінансової звітності. На підставі одержаних знань студенти повинні вміти розробляти різні економіко-статистичні і економіко-математичні моделі для здійснення аналізу та обґрунтування стратегічних напрямків розвитку підприємств.

Навчальний посібник, який запропоновано для підготовки дипломних робіт магістрів напряму підготовки «Економіка та підприємництво», містить основні поняття та визначення, технологію застосування економіко-математичних і економіко-статистичних методів дослідження, теоретичні та тестові завдання, практичні задачі, що забезпечує засвоєння матеріалу і вміння його практично застосувати в дипломному проектуванні.

Навчальний посібник підготував авторський колектив під керівництвом доцента П.І. Островського.

Вступ, теми 1, 2, § 3.1., § 4.2., питання для самопідготовки, тести до тем 1, 2 написані канд. екон. наук, доцентом Островським П.І.

§ 3.2, 3.3, 3.4, питання для самопідготовки, тести, практичні завдання до теми 3 – канд. екон. наук, в.о. доц. Добрунік Т.П.

§ 4.1, 4.3, 4.4, питання для самопідготовки, тести, практичні завдання до теми 4 – канд. екон. наук, викл. Радова О.В.

Тема 5, питання для самопідготовки, тести, практичні завдання до теми 5 – канд. екон. наук, доц. Гострик О.М.

Тема 1. Основи моделювання економічних процесів

1.1. Кількісні залежності в економічних процесах.

1.2. Поняття про моделювання.

1.3. Складання і вирішення економіко-математичної задачі.

Ключові терміни і поняття: *економічні процеси, результативні показники, змінні фактори, кореляційний зв'язок, функціональна залежність, моделювання.*

1.1. Кількісні залежності в економічних процесах

Економічні процеси представляють собою складне переплетіння самих різних за змістом і мірою впливу факторів: соціально-економічних, біологічних, географічних, фізіологічних, психологічних, соціально-політичних і інших, та їх взаємодію.

Виробничі цикли в сільському господарстві повторюються багаторазово. Сільськогосподарські підприємства в різних природних і економічних умовах виробляють однакову продукцію. Техніко-економічні показники сільськогосподарського виробництва при переході від одного виробничого циклу до іншого, від одного підприємства до другого під впливом великої кількості взаємопов'язаних факторів варіюють в досить широкому діапазоні. Все це під впливом часу приводить до накопичення великих обсягів інформації, яку треба обробити і проаналізувати. В природничих науках проблеми можуть бути спрощені експериментами, які допускають неодноразове дослідження впливу факторів, що постійно змінюються. В економічній науці нема таких можливостей для експерименту. Для виявлення та визначення кількісної міри впливу великої кількості факторів на результативний показник економічна наука орієнтується на статистичний і економіко-математичний аналіз. Метою цього аналізу є не тільки класифікація факторів, але і вивчення їх взаємозв'язків і отримання основи для теоретичних узагальнень.

Основним признаком, що характеризує любий процес (біологічний, фізичний чи економічний) є рух та відповідні зміни. З кількісної сторони цей рух і зміни можна розглядати як взаємозв'язок деяких змінних величин. В економіці таке уявлення про економічні процеси приводить до розумінь зв'язку або відношень між змінними величинами. Наприклад, внесені мінеральні або органічні добрива дадуть більший ефект коли земля буде зволожена.

Результативний показник (Y) залежить і змінюється під впливом незалежних змінних величин (X_i) факторів. Між цими змінними Y і X існують відношення або зв'язок у тому випадку, коли встановлено, що вони є характеристиками одного і того ж явища і існує функція, за допомогою якої можна апроксимувати поведінку однієї змінної величини під впливом іншої. Наприклад, внесення органічних добрив в кількості 20 тон на 1 га дає приріст урожаю пшениці 4,5 центнери.

Зв'язки розрізняють причинні (вплив) і зв'язки попутні (функціональні). На відміну від причинних залежностей, функціональні зв'язки виражають залежність одних величин від інших в процесі їх змін. Під функціональною слід розуміти таку залежність між двома величинами, при якій значення однієї величини відповідає тільки якомусь значенню іншої. Форма функціональної залежності може бути різноманітною: прямою, зворотною, лінійною, нелінійною.

Сільське господарство – галузь особлива і не завжди можна говорити про функціональні зв'язки. Буває, один показник залежить від іншого, а останній, в свою чергу, залежить ще від якихось. Наприклад, добрива краще засвоюють рослини, коли ґрунт вологий, коли достатній рівень активних температур ґрунту і повітря, тощо. Для забезпечення достовірності інформації про зв'язки необхідне вивчення великої кількості спостережень і визначення усереднених показників для даної сукупності спостережень. Середнє значення – це вже не точне, а максимально наближене. Разом з тим, відмовлятися від середніх величин не можна. Приблизна оцінка необхідна – вона показує загальні тенденції зв'язків. На відміну від повного функціонального зв'язку, зв'язок

усереднених величин називають *кореляційним*. Основна відмінність кореляційного зв'язку від функціонального полягає у тому, що останній однозначно проявляється у кожному окремому випадку, а кореляційний – лише в середньому у цілому для всієї сукупності спостережень. Іншими словами, кореляційну залежність можна інтерпретувати як ймовірність, в основі якої лежить припущення про те, що явища, економічні процеси підлягають певним ймовірнісним закономірностям.

Більшість економічних процесів в сільському господарстві пов'язані між собою кореляційними залежностями. Але для дослідження кількісних зв'язків в економічних процесах більш придатна функціональна залежність, яку можна інтерпретувати математично. В зв'язку з цим кореляційний зв'язок виражається у вигляді певної функції.

Знання закономірностей кількісних залежностей в економічних процесах виключно важливе. Без цього не можна здійснити науково-обґрунтованого планування, свідомо і цілеспрямовано коригувати економічні процеси на забезпечення бажаних виробничих результатів.

1.2. Поняття про моделювання

Моделювання – це відтворення або імітація поведінки будь-якої реально існуючої системи на спеціально побудованому за певними правилами її аналога або моделі. Моделювання в економіці суттєво відрізняється від процесів моделювання техніки, це чисто теоретичний процес, який вимагає від дослідника глибоких знань проблеми, яка вивчається, вміння правильно врахувати і зафіксувати в моделі ті фактори, які відображають її економічну сутність. Окрім цього, дослідник повинен добре володіти знаннями і вмінням проводити математичний аналіз і вміти математично інтерпретувати зв'язки, залежності між результативними показниками і факторами, які на них впливають.

Математичне моделювання економічних процесів передбачає наступні етапи:

- 1) вивчення сутності економічного процесу з літературних джерел і на конкретному прикладі;
- 2) постановка економіко-математичної задачі;
- 3) вибір математичного методу вирішення задачі;
- 4) формалізація планово-економічної задачі;
- 5) аналіз кількісних залежностей параметрів задачі;
- 6) побудова структурної математичної моделі задачі;
- 7) отримання, обробка та встановлення достовірності необхідної інформації;
- 8) побудова розширеної економіко-математичної моделі задачі та її корегування в метод вирішення;
- 9) вирішення задачі;
- 10) аналіз результатів вирішення задачі і корегування економіко-математичної задачі;
- 11) вирішення задачі по скорегованій моделі;
- 12) економічний аналіз різних варіантів і вибір проекту розвитку економічного процесу.

Моделювання економічного процесу треба починати з ретельного вивчення його за різними джерелами інформації. При цьому необхідно виявити зовнішні і внутрішні зв'язки економічного процесу, встановити які потреби задовольняються результатами, що отримуємо, які потрібні ресурси, за допомогою яких технологічних способів ресурси перетворюються в продукцію. Слід досконало вивчити природно-економічне середовище (попит, пропозицію товарів на регіональному ринку), встановити, на який плановий період повинно бути змодульовано цей проект.

Великого значення набуває правильна *постановка економіко-математичної задачі*. Слід добре знати обчислювальні можливості існуючих математичних методів. В постановці задачі повинна бути чітка відповідь, що в ній є невідомим, що треба шукати, яка переслідується мета, на які питання необхідно відповісти, які відносини треба передбачити.

Вибір математичного методу вирішення задачі залежить від розвитку вчислювальної математики і класу задачі. Зараз із усіх методів математичного

програмування найбільш розроблені і доступні методи лінійного програмування.

При *формалізації економічного процесу* слід встановити перелік його характеристик і проаналізувати їх зв'язки.

Кількісні зв'язки і співвідношення є відображенням якісної природи економічних систем і процесів, тому математичне програмування передбачає глибокий якісний аналіз умов в яких вони функціонують, виявлення всієї сукупності факторів, дослідження їх взаємозв'язків і взаємного впливу.

Розробка математичної моделі задачі передбачає побудову спеціальної таблиці, в якій всі економічні, технологічні і інші умови і вимоги представлені у вигляді системи нерівностей і рівнянь, які об'єднані єдиною цільовою функцією. Математична модель повинна чітко виражати цільову установку задачі і відповідати вибраному математичному методу, програмі вирішення задачі, допускати альтернативні вирішення.

На цьому етапі математичного моделювання мета задачі, економічні умови, зовнішні і внутрішні зв'язки виражаються в алгебраїчній формі. Ця стадія моделювання називається математичною інтерпретацією планово-економічної задачі.

Послідовність побудови економіко-математичної моделі може бути різною, але найбільш доцільно спочатку сформулювати критерій оптимальності і побудувати цільову функцію, потім визначити види виробничої діяльності та їх інтенсивність, встановити склад обмежень і розробити техніко-економічні коефіцієнти.

Вибір критерію оптимальності диктується економічною сутністю задачі. Він формується у вигляді функції від вхідних і вихідних змінних, від параметрів задачі, значення якої досягає максимуму або мінімуму при заданих конкретних умовах, які враховані в моделі. Для вирішення задач в сільському господарстві найбільш поширений критерій максимум прибутку. Але у відповідних економічних умовах можуть бути використані і інші критерії

(максимум вартості валової продукції, максимум валового доходу, мінімальна собівартість, мінімальні витрати праці інших ресурсів і інші).

При моделюванні економічних процесів важливого значення набуває питання формування виду діяльності. Мета сільськогосподарського виробництва – отримання сировинних продуктів рослинного і тваринного походження. В сільському господарстві відбувається перетворення кінетичної енергії сонячного променя в потенційну енергію органічної речовини. Тваринницькі галузі є також видами діяльності, але в них органічна речовина перетворюється в продукти іншої форми. Видами діяльності є і переробка продукції, її транспортування, зберігання і тому подібне. По характеру взаємозв'язків види діяльності можуть мати незначні, супутні та конкуруючі відношення.

Якщо одна з двох галузей споживає якийсь ресурс, наприклад, мінеральні добрива в рослинництві, а інша його не використовує (тваринництво), то вони не здійснюють взаємного впливу на масштаби діяльності, так як між ними існують незалежні відношення до даного ресурсу.

Супутні відношення між декількома видами діяльності зумовлюються причинами технологічного порядку. Наприклад, в тваринництві процес перетворення первинних ресурсів в кінцеву продукцію розпадається на дві стадії. На першій стадії виходом є продукція кормів, які використовуються як ресурс для другої стадії виробництва тваринницької продукції. Сукупні види діяльності виникають в галузях або культурах, які дають декілька продуктів. Наприклад, зернові культури дають основну продукцію – зерно і супутні зерновідходи і соломі, велика рогата худоба – молоко, м'ясо і приплід.

Конкуруючими галузями і культурами по відношенню до будь-якого ресурсу являються ті, які потребують цей ресурс. Такими виступають трудові, грошові, енергетичні та інші ресурси. Те, що галузі і культури можуть бути незалежними, супутніми і конкуруючими по відношенню один до одного з точки зору використання ними різних ресурсів, дозволяє здійснити вибір оптимальних варіантів використання можливостей господарства.

Основним документом, розробленим відповідно до умов економіко-математичної задачі, вимог вичислювального алгоритму її вирішення, є розширена економіко-математична модель. В ній всі економічні умови і вимоги задачі сформульовані у вигляді рівнянь і нерівностей, представлені матрицею натуральних чисел у вигляді нормативів виробничих витрат або виходу продукції.

Розширена модель корегується з урахуванням вибраного методу вирішення. Отримані результати вирішення задачі аналізують і, якщо треба, в економіко-математичну модель вносять необхідні корективи і задачу вирішують знову. Змінюючи умови задачі і критерій оптимальності, можна розрахувати декілька варіантів рішень. Аналізують різні варіанти вирішень і вибирають найбільш доцільний проект оптимального плану.

1.3. Економіко-математичні моделі

У сільському господарстві взаємозв'язки в економічних процесах характеризують перетворення виробничих ресурсів в готову продукцію. Для вивчення процесів управління ефективною організацією цих перетворень створюються моделі, до яких застосовують методи мислення по аналогії. Таким чином, модель є загально методологічне наукове поняття, яке застосовують в різних галузях науки і техніки. Вона має важливе значення для дослідження економічних проблем при необхідності глибокого проникнення у специфічність об'єктів, що вивчаються. Між моделлю і досліджуваним економічним процесом, повинно означати сходиність, а не їх тотожність. Модель не повинна точно копіювати економічний об'єкт або процес і не повинна надто відрізнитись від нього. Модель, відтворюючи реальний економічний процес, спрощує його, відволікається від ряду його непринципових рис. Тому *модель* – це умовний образ, який абстрактно відображає основні взаємозв'язки, які існують в реальному економічному процесі. В моделях відбувається абстрагування не тільки від несуттєвих зв'язків, але і від якості предметів і

конкретного значення величин. Всі суттєві характеристики і властивості об'єкту чи процесу, що вивчається записуються за допомогою алгебраїчних формул, частіше за все, це рівняння або нерівності. Запис всіх характеристик і властивостей економічного процесу у вигляді алгебраїчних формул називають економіко-математичною моделлю. Таким чином, під структурною економіко-математичною моделлю слід розуміти концентрований вираз суттєвих зв'язків і закономірностей процесу функціонування економічної системи в математичній формі.

При кібернетичному тлумаченні економіко-математичної моделі умови задач, що вирішуються, будуть представляти собою вхідну інформацію або параметри управління. Зміни цих параметрів, в процесі вирішення задачі, будуть характеризувати зміну стану досліджуваного об'єкту, а екстремум цільової функції буде являтися критеріальним показником досягнення системою оптимального стану.

В економіко-математичних моделях параметри зазвичай надаються у вигляді таблиць чисел, які пов'язані в єдину систему функціональних рівнянь різного типу. Найбільш поширеними в практиці досліджень є економіко-математичні моделі, які представлені балансовими і оптимізаційними моделями. *Балансові*, як правило, характеризуються системою балансових таблиць, які мають форму шахматного балансу і можуть бути записані у вигляді квадратної матриці. *Оптимізаційні* моделі відрізняються від балансових тим, що метою їх побудови є не стільки описування структури економічної системи, скільки математичне описування умов її функціонування. Якщо перші моделі, в основному, повинні задіяти звітний матеріал, то оптимізаційні широко використовують планово-нормативну інформацію.

Моделі розробляють структурні і розширені. В структурній моделі зв'язки і закономірності економічної системи інтерпретують в математичній формі. Розширена економіко-математична модель містить звітний і планово-нормативний матеріал, який описує умови функціонування економічної системи. Така модель оформляється у вигляді матриці. Залежно від об'єкту

дослідження, можуть використовуватись матриці прямокутної чи блочно-діагональної структури (рис.1).

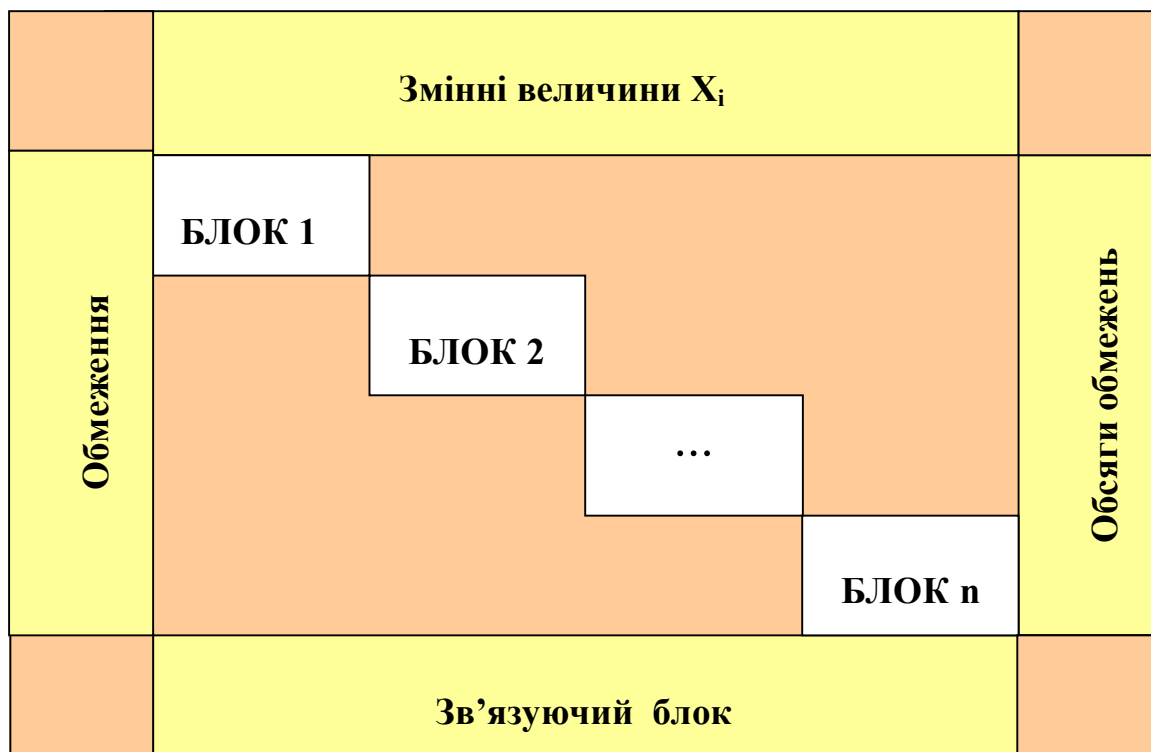


Рис 1. Блочно-діагональна структура економіко-математичної моделі

З рисунку видно, що кожний блок, як окремий підрозділ чи господарство відноситься до економічної системи (в сільському господарстві – регіон). Частіше такі моделі використовують при оптимізації розміщення виробництва певної продукції в підприємствах регіону, чи при формуванні сировинної зони підприємства, що переробляє сільськогосподарську продукцію.

Економіко-статистичні моделі представляють собою кореляційне рівняння зв'язку залежної змінної величини (Y) і однією або декількох незалежних змінних величин (факторів) X_i . За допомогою таких рівнянь визначають кількісну міру впливу факторів (X_i) на результативний показник (Y). За допомогою робочого рівняння визначають теоретичні або прогнозні значення результативного показника, та проводять факторний аналіз відповідного показника.

Питання для самопідготовки

1.1. Розкрити сутність кількісних залежностей в економічних процесах за допомогою характеристики понять:

- залежність від факторів;
- статистичний і економіко-математичний аналіз;
- змінні залежні та незалежні величини;
- наявність зв'язку як характеристика одного і того ж явища

1.2. Дайте тлумачення функціонального і кореляційного зв'язку:

- повний і неповний зв'язок результативного показника і фактора, приклад;
- сільське господарство та економічні процеси виражені кореляційними залежностями.

1.3. Розкрийте сутність моделювання взагалі і його особливості в економіці за допомогою характеристики понять:

- модель, їх види в економіці;
- моделювання як процес;
- математичний аналіз;
- математична інтерпретація зв'язків.

1.4. Охарактеризуйте етапи математичного моделювання економічних процесів:

- сутність економічного процесу теоретично і на прикладі;
- постановка економіко-математичної і економіко-статистичної задачі;
- вибір математичного методу вирішення задачі.

1.5. Охарактеризуйте основні види економічних моделей:

- економіко-статистичної моделі;
- економіко-математичні моделі;
- поняття структурної і розширеної моделі.

Тести до теми 1

1. Економічний процес - це:

- а) складне переплетіння та взаємодія технологічних і соціально-політичних факторів;
- б) взаємодія економічних факторів;
- в) послідовність настання окремих факторів і умов;
- г) складне переплетіння та взаємодія різних об'єктивних і суб'єктивних факторів ведення господарської діяльності;
- д) системний вплив окремих соціально-економічних, біологічних і технічних факторів на обсяг кінцевого прибутку.

2. Експериментувати економічні процеси можна:

- а) шляхом спрощення обробки і аналізу накопиченої інформації;
- б) в економічній науці нема можливостей на експеримент;
- в) якщо допускається неодноразове дослідження впливу і взаємодії факторів;
- г) не всі фактори можна економічно інтерпретувати;
- д) оскільки економічний процес можна розглядати як взаємозв'язок деяких змінних величин.

3. Між результативним показником (Y) і факторами (X_i) існують відношення або зв'язок у випадку, коли:

- а) встановлено, що вони являються характеристиками одного і того ж явища і існує функція, за допомогою якої можна апроксимувати поведінку (Y) під впливом (X_i);
- б) зв'язки є попутні, тобто функціональні;
- в) зв'язки є вплив, тобто причинні;
- г) значення однієї величини відповідає тільки якомусь значенню іншої;
- д) можна апроксимувати поведінку однієї змінної величини під впливом іншої.

4. Основними відмінностями кореляційного зв'язку від функціонального є у тому, що:

а) функціональний зв'язок однозначно проявляється у кожному окремому випадку;

б) кореляційний зв'язок підлягає певним імовірнісним закономірностям;

в) функціональний зв'язок чітко математично інтерпретується;

г) функціональний зв'язок однозначно проявляється у кожному окремому випадку, а кореляційний – лише в середньому по сукупності об'єктів спостережень;

д) кореляційний зв'язок виражається у вигляді певної функції, а функціональний – ні.

5. Моделювання в економіці відрізняється від технічного моделювання тим, що:

а) це є процес відтворення або імітація поведінки існуючого процесу чи об'єкту;

б) це чисто теоретичний процес, який вимагає глибоких знань проблеми, вміння правильно врахувати і зафіксувати в моделі фактори, які відображають економічну сутність явища;

в) дослідник повинен добре володіти знаннями і вміннями проводити економічний аналіз;

г) дослідник повинен уміти абстрактно мислити і наглядно демонструвати модель;

д) технічне моделювання потребує експлуатаційних характеристик об'єкту.

6. Моделювання економічного процесу потребує:

а) вивчення його за різними джерелами інформації;

б) виявлення зовнішніх і внутрішніх зв'язків економічного процесу; встановити які потреби задовольняються результатами, що отримано, які потрібні ресурси;

в) дослідження технологічних карт та продуктивності технологічних засобів;

г) вивчення природно-економічного зовнішнього середовища;

д) забезпечення інформування суспільства про об'єкт моделювання.

7. Правильна постановка економіко-математичної задачі потребує:

а) знання вичислювальних можливостей існуючих математичних методів;

б) інформаційне забезпечення;

в) знання та вміння застосовувати алгоритм розрахунків

г) чіткої відповіді, що в задачі є невідомим, що треба шукати, яка переслідується мета, на які питання треба відповісти, які відносини треба передбачити;

д) кількісні зв'язки, що відображають якісну природу об'єкта моделювання.

8. Економіко-математична модель - це:

а) загально методологічне наукове поняття, яке застосовується в різних галузях науки;

б) точна копія економічного об'єкта або процесу;

в) умовний образ, який абстрактно відображає основні взаємозв'язки, які існують в реальному економічному процесі;

г) абстрагування в економічному процесі від якості предметів і конкретного значення величин;

д) запис суттєвих зв'язків і якісних характеристик економічного процесу у вигляді алгебраїчних формул.

9. Під структурною економіко-математичною моделлю слід розуміти:

а) вхідну інформацію або параметри управління;

б) систему функціональних рівнянь і нерівностей різного типу;

в) математичну інтерпретацію звітного і планово-нормативного матеріалу;

г) систему балансових таблиць, що описують структуру економічної системи;

д) концентрований вираз суттєвих зв'язків і закономірностей процесу функціонування економічної системи в математичній формі.

10. Під розширеною економіко-математичною моделлю слід розуміти:

- а) умови задач, що вирішуються;
- б) систему балансових таблиць, які записані у вигляді квадратної матриці;
- в) матрицю, що містить, залежно від типу моделі (балансова чи оптимізаційна), звітний і планово-нормативний матеріал, який описує як структуру економічної системи так і умови її функціонування;
- г) матриця, що містить звітний матеріал, який описує умови функціонування економічної системи;
- д) матрицю, що містить весь інформаційний матеріал виробничої діяльності підприємства, який описує структуру економічної системи.

11. Матриці прямокутної структури описують:

- а) економічний процес декількох однотипних по спеціалізації господарств;
- б) економічний процес системи кооперованих господарств
- в) економічний процес окремо взятого підприємства чи багатofункціонального кооперативу;
- г) окремо взятий фрагмент економічного процесу підприємства чи об'єднання;
- д) економічний процес виробництва окремого виду продукції регіону.

12. Матриці блочно-діагональної структури описують:

- а) оптимізацію розміщення виробництва окремих стратегічних видів продукції в регіоні;
- б) оптимізацію сировинної зони підприємств-переробників окремих стратегічних видів продукції;
- в) економічний процес господарств, що виробляють певну сільськогосподарську продукцію, чи господарств сировинної зони переробного підприємства;
- г) умови функціонування економічної системи спеціалізованих господарств чи господарств сировинної зони переробного підприємства;
- д) умови функціонування декількох однотипних за спеціалізацією господарств.

Тема 2. Моделювання економічних систем і процесів для вирішення задач методами лінійного програмування

- 2.1. Лінійне програмування.
- 2.2. Розробка економіко-математичної моделі.
- 2.3. Складання і вирішення економіко-математичної задачі.
- 2.4. Розробка і вирішення економіко-статистичної задачі.

Ключові терміни і поняття: *метод лінійного програмування, система лінійних рівнянь, структура економіко-математичної моделі, основні змінні, допоміжні змінні, основні обмеження, додаткові обмеження, допоміжні обмеження, цільова функція, економіко-статистична модель, виробнича функція, коефіцієнт кореляції, коефіцієнт детермінації, коефіцієнт регресії.*

2.1. Лінійне програмування

Математичними методами аналізу і планування називають застосування відповідних математичних задач в планово-економічних розрахунках. В планово-економічній практиці найбільш розроблені і поширені методи, які забезпечують вирішення задач, що відносяться до класу лінійного програмування. Під методами лінійного програмування розуміють такі програми математичних дій, які дозволяють відшукати оптимальні вирішення різних економічних задач, умови яких виражені у вигляді системи лінійних рівнянь або нерівностей, а цільова установка – у вигляді лінійної функції.

В галузі сільського господарства методами лінійного програмування вирішуються задачі:

- найбільш доцільного розподілу ресурсів (землі, техніки, енергії, робочої сили, тощо);
- досягнення запланованих обсягів виробництва продукції з мінімальними витратами виробничих ресурсів;
- ефективного управління виробництвом та кращої організації виробничих процесів.

Методи лінійного програмування можуть бути застосованими у випадках, коли задовольняються наступні умови:

1) всі економічні, технологічні, соціальні і інші вимоги, яким повинні відповідати оптимальні вирішення задач, повинні допускати їх математичне формулювання у вигляді лінійних рівнянь і нерівностей;

2) система лінійних рівнянь і нерівностей, яка характеризує всі умови задачі, повинна мати багатоваріантність вирішень;

3) цільова установка по вирішенню проблеми повинна бути економічно чітко сформульована і допускати запис у вигляді лінійної функції з числовим виразом коефіцієнтів при змінних пошукових величинах.

Система лінійних рівнянь дозволяє практично з достатньою достовірністю відтворювати економічні явища, які характеризує велика кількість взаємопов'язаних факторів.

Вища алгебра на відміну від елементарної вивчає системи рівнянь, які відображають обмеженість ресурсів. Хай система містить m рівнянь з n невідомими. Невідомі при економіко-математичному моделюванні прийнято позначити через (x) з індексами $1, 2, \dots, n$. Рівняння нумерують по порядку від 1 до m . Порядковий номер невідомої (x) позначають індексом j , а порядковий номер рівняння – i . Техніко-економічний коефіцієнт, який характеризує нормативні витрати певного ресурсу на одиницю певного виду діяльності (x_j) (1 га посіву, 1 гол. худоби), або вихід продукції, при x_j в рівнянні з номером i позначають a_{ij} . Вільний член рівняння, який характеризує наявність певного ресурсу в i -му рівнянні позначають – b_i .

Користуючись прийнятими позначеннями, систему рівнянь можна записати наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{1\cdot 1}x_1 + a_{1\cdot 2}x_2 + \dots a_{1\cdot n}x_n = b_1 \\ a_{2\cdot 1}x_1 + a_{2\cdot 2}x_2 + \dots a_{2\cdot n}x_n = b_2 \\ a_{2\cdot 1}x_1 + a_{2\cdot 2}x_2 + \dots a_{2\cdot n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m\cdot 1}x_1 + a_{m\cdot 2}x_2 + \dots a_{m\cdot n}x_n = b_m \end{array} \right.$$

Використовуючи знак суми \sum , запишемо дану систему рівнянь більш компактно:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Вирішенням системи лінійних рівнянь називається сукупність значень невідомої x_i , яка задовольняє всі рівняння даної системи.

Наприклад, вирішенням системи із двох рівнянь і з двома невідомими:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 12 \\ 4x_1 - x_2 = 10 \end{cases}$$

буде: $x_1 = 3$; $x_2 = 2$. Підставивши ці значення в рівняння, отримаємо відповідність.

Якщо система рівнянь має хоч 1 вирішення – вона сумісна, якщо немає вирішення – несумісна, наприклад:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 = 7 \end{cases}$$

Якщо система рівнянь має одне вирішення – вона називається визначеною, якщо більше – невизначеною. У визначеній системі рівнянь кількість невідомих x_j дорівнює, або менше (\leq) числу рівнянь m ($m = n$, або $n < m$, або $n \leq m$). У невизначеній системі рівнянь кількість невідомих n більше кількості рівнянь m , тобто ($n > m$). Так, система рівнянь є невизначеною.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ 4x_1 + 2x_2 = 16 \end{cases}$$

Щоб вирішити невизначену систему рівнянь, її необхідно привести до визначеної, надаючи деяким невідомим нульове значення $x_j = 0$. В нашому прикладі, по чергово прирівнявши до 0 кожне і x_j отримаємо три вирішення:

- 1) при $x_1 = 0$, $x_2 = 8$, $x_3 = 3$;
- 2) при $x_2 = 0$, $x_1 = 4$, $x_3 = -1$;
- 3) при $x_3 = 0$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

Дамо цим вирішенням економічну інтерпретацію. Допустимо, що x_1 , x_2 і x_3 позначають обсяги трьох видів продукції. Коефіцієнти при x_j означають витрати

певного виду ресурсу на виробництво одиниці виміру j -тої продукції, а вільні члени рівнянь b_i (11; 16) – наявність цих ресурсів. Нехай ціна одиниці продукції $x_1 = 5$ грн.; $x_2 = 4$ грн. і $x_3 = 3$ грн., тоді:

- в першому варіанті вирішенні вартість продукції складе $x_2 \cdot 4 + x_3 \cdot 3$, або $8 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 41$ грн.,
- в другому варіанті $x_1 \cdot 5 + x_3 \cdot (-1)$, або $4 \cdot 5 + 3 \cdot (-1) = 17$ грн.,
- в третьому варіанті $x_1 \cdot 5 + x_2 \cdot 4$, або $3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 23$ грн.

За отриманим результатом кращим оптимальним варіантом вирішення задачі є перший, оскільки при такому вирішенні проблеми буде максимальна вартість продукції 41 грн. Таким чином, застосування лінійного програмування, скорочуючи час на обчислення, дозволяє приділити більше уваги підготовці інформації, її логічній і статистичній обробці, більш точно проводити аналіз і поліпшити всю планово-економічну роботу.

2.2. Розробка економіко-математичної моделі

Вирішення економіко-математичної задачі методом лінійного програмування здійснюють по наступним етапам:

1) постановка економіко-математичної задачі, яку планують вирішити економіко-математичним методом. При цьому повинна бути вивчена виробнича система, виявлені та вивчені всі суттєві елементи досліджуваного процесу, явища, виявлені їх взаємозв'язки. Важливо про все це отримати максимально доступний обсяг кількісних характеристик;

2) виділяються види діяльності по яким повинні бути, за результатами вирішення задачі, визначені числові значення; обсяги виробництва окремих видів продукції, витрати на виробництво (грошові, трудові, земельні), отриманий дохід від реалізації продукції, прибуток, тощо; встановлюються вимоги і умови, які являються обмежуючими при вирішенні конкретних задач, це перш за все наявність землі, трудових і грошових ресурсів, можливість їх залучення (оренда, найм, кредити); визначається цільова установка –

економічний результат, який повинен бути досягнутий за результатами вирішення задачі. Цільова установка визначає вибір показника якості вирішення задачі – критерію оптимізації, частіше за все інтегруючих економічних показників до яких належать: максимум вартості валової чи товарної продукції, валового, чистого доходу, прибутку; мінімум приведених витрат на запланований обсяг продукції, витрат окремих ресурсів (земельних, трудових) і інші;

3) визначення достатньої і достовірної інформації, яка могла бути використана для розробки техніко-економічних коефіцієнтів, що характеризують об'єми, які приймають участь у визначенні оптимального вирішення проблеми. Характер первинної інформації пов'язаний з планово-економічною проблемою. Якщо її вирішення відноситься до перспективи, то використовується нормативна, а при вирішенні поточних проблем – нормативна і звітна інформація.

Економіко-математична модель включає:

- 1) лінійну форму змінних, або цільову функцію;
- 2) функціональні обмеження змінних, які представлені системою лінійних рівнянь і нерівностей, що формують умову задачі:
- 3) обмеження невід'ємності змінних величин.

Схематично структурна економіко-математична модель виглядає наступним чином:

$$I. C_{(екстр.)} = \sum_{j=1}^n c_j x_j - \text{цільова функція};$$

$$II. \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i & (i = 1, 2, \dots, m) \\ \sum_{j=1}^n v_{ij} x_j \geq B_i & (i = 1, 2, \dots, m) \\ \sum_{j=1}^n v_{ij} x_j = Q_i & (i = 1, 2, \dots, m) \end{cases}$$

$$III. x_j \geq 0,$$

де: n – кількість змінних величин x_j ;

- m – кількість обмежень;
- j – порядковий номер змінної величини;
- i – порядковий номер обмеження;
- x_j – змінна величина j -тої галузі господарства;
- c_j – оцінка одиниці продукції j -того виду діяльності;
- a_{ij} – техніко-економічний коефіцієнт, який показує норму витрат i -того виду ресурсу на одиницю виміру j -того виду діяльності;
- v_{ij} – обсяги виробництва i -того виду продукції на одиницю j -того виду діяльності;
- B_i – гарантовані обсяги виробництва i -того виду продукції;
- b_i – обсяг ресурсу i -того виду;
- Q_i – фіксований обсяг виробництва продукції i -того виду.

Розробку розширеної економіко-математичної моделі починають з побудови спеціальної таблиці, яка містить сенсові або кодові позначення змінних величин і обмежень, матрицю чисел. В економіко-математичній моделі техніко-економічні коефіцієнти кожної умови записуються в матричній моделі в окремій строчці. При цьому коефіцієнт a_{ij} вказується в стовпчику відповідної змінної величини x_j . Відповідно коефіцієнт a_{ij} однаково відноситься як до строчки так і до стовпця.

Формування матричної моделі економіко-математичної задачі починається з визначення переліку змінних величин і на цій основі встановлення переліку змінних величин і відповідно встановлення кількості стовпців змінних. Змінні величини, що вводяться в матричну модель, класифікують з врахуванням їх економічної ролі при математичному моделюванні.

Основні змінні позначають види діяльності, основні об'єкти, види продукції, посіви сільськогосподарських культур, види тварин, техніка, добрива, види капітальних вкладень, грошові витрати, розміри виробництва окремих видів продукції рослинництва і тваринництва і інші.

Допоміжні змінні вводять спеціально для полегшення формалізації умов задачі. В деяких випадках без допоміжних змінних формулювання задачі неможливо, оскільки слід допускати можливості приросту понад план урожаю, підвищення продуктивності худоби, недовикористання одних ресурсів внаслідок недостачі інших, тощо.

Досвід економіко-математичного моделювання відпрацював правила по яким слід визначати розмірність змінних величин, це:

1) для полегшення підготовчих розрахунків слід в однотипних галузях вибирати однакову розмірність. Наприклад, в рослинництві – центнери продукції або посівні площі в гектарах і т.д.;

2) доцільно вибирати таку розмірність, щоб техніко-економічні коефіцієнти, які характеризують певну змінну величину не були занадто малі чи занадто великі;

3) якщо застосовуються нормативні дані, які можна використовувати як техніко-економічні коефіцієнти, то розмірність змінної величини слід вибирати ту, по якій встановлені нормативи.

Коли встановлені види і способи виробничої діяльності, визначають обмеження економіко-математичної задачі. В них відображаються найважливіші умови і вимоги задачі. Обмеження формулюються у вигляді системи рівнянь і нерівностей, яка відображає можливості виробництва і баланс ресурсів. Обмеження діляться на основні, додаткові і допоміжні.

До *основних обмежень* відносяться такі, що накладаються на всю чисельність, чи більшість змінних величин, які входять в лінійну функцію. До них відносяться обмеження по використанню землі, робочої сили, засобів виробництва, насіння, добрив, паливо-мастильних матеріалів, кормів, грошових коштів та іншого.

Додаткові обмеження накладаються на окремі змінні величини і їх невеликі групи. Зазвичай вони формуються у вигляді нерівностей, які визначають нижню чи верхню межу обсягів виробництва окремих видів продукції, споживання тваринами окремих видів чи груп кормів, допустимі

терміни агротехнічних заходів та інше. Загалом їх використовують в зв'язуючому блоці блочно-діагональних моделей.

Допоміжні обмеження не мають самостійного економічного значення. Їх використовують для забезпечення правильного формування економічних вимог і математичного запису системи лінійних відношень (перетворення нерівностей в рівняннях шляхом введення допоміжних X_i , які показують можливо невикористані ресурси).

Наприклад, через X_j позначимо шукані площі посівів j -ї культури

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq 500 \text{ га}$$

тобто загальна площа посівів не повинна перевищувати 500 га. Але вона може бути меншою за 500 га. Якщо ввести в нерівність допоміжну $x_{(n+1)}$, яка показує можливе недовикористання землі, ми отримаємо рівняння

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n + x_{(n+1)} = 500 \text{ га}$$

Після визначення переліку змінних величин і обмежень та розробки основних техніко-економічних коефіцієнтів матриці приступають до формування матричної моделі економіко-математичної задачі. При цьому використовують головним чином три типи лінійних співвідношень:

1. $a_{i-1}x_1 + a_{i-2}x_2 + \dots + \leq b_i$

2. $a_{i-1}x_1 + a_{i-2}x_2 + \dots + \geq b_i$

3. $a_{i-1}x_1 + a_{i-2}x_2 + \dots + = b_i$

За допомогою цих нерівностей і рівнянь, використовуючи різні прийоми, можна записати всі економічні, зоотехнічні, агротехнічні і інші умови, які повинні бути врахованими при вирішенні задачі, і скласти розширену економіко-математичну модель (замінивши a_{ij} і b_i числовими значеннями).

2.3. Складання і вирішення економіко-математичної задачі

Постановка економіко-математичної задачі.

Треба розрахувати оптимальне співвідношення посівів пшениці, соняшнику і цукрового буряка, щоб отримати максимальну вартість вирощеної продукції.

В господарстві під посів цих культур виділено 5000 га орних земель, річний запас робочого часу механізаторів становить 20 000 людино-днів, а некваліфікованих працівників – 12 000 людино-днів. Запланована врожайність зернових – 30 центнерів з одного гектару, соняшнику – 18 центнерів і цукрового буряка – 300 центнерів.

Таблиця 1

Техніко-економічні коефіцієнти економіко-математичної задачі (умовні)

Культура	Витрати праці на 1 га посіву (людино-днів)		Ціна реалізації 1 ц (грн.)
	механізаторів	некваліфікованих працівників	
пшениця	2,0	1,0	100
соняшник	8,0	4,0	200
цукровий буряк	10,0	5,0	40

Шукані площі посіву пшениці, соняшнику та цукрового буряку будуть основними змінними величинами задачі. Так x_1 – площа посіву пшениці, x_2 – площа посіву соняшнику і x_3 – площа посіву цукрового буряка.

Якщо урожайність вищеназваних культур перемножити на ціну реалізації одиниці продукції (табл.1) то видно, що з 1 га посіву пшениці отримуємо продукцію вартістю 3000 грн., а з 1 га посіву соняшника 3600 грн. і цукрового буряку – 12 000 грн.

За умовою задачі співвідношення посівів цих культур повинно бути таким, щоб вартість (С) всього врожаю була максимальною.

Цільова функція буде мати вигляд:

$$C = 3000x_1 + 3600x_2 + 12000x_3 \rightarrow \max$$

Рілля, робоча сила механізаторів і некваліфікованих працівників – ресурси господарства, вони і є обмеженнями задачі, які можна інтерпретувати такими нерівностями:

- по ріллі $x_1 + x_2 + x_3 \leq 5000$;
- по механізаторам $2x_1 + 8x_2 + 10x_3 \leq 20\,000$;
- по некваліфікованим працівникам $x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 12\,000$.

Знак \leq означає, що виробничі ресурси (земля і праця простих людей та механізаторів), які є в господарстві, можуть бути використані не повністю.

Таким чином, в цілому наша задача приймає наступний вигляд системи нерівностей:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5000 \\ 2x_1 + 8x_2 + 10x_3 \leq 20\,000 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 12\,000 \end{cases}$$

$$C = 3000x_1 + 3600x_2 + 12000x_3 \rightarrow \max$$

Вирішимо цю задачу:

Перетворимо нерівності в рівняння. Для цього введемо в кожену нерівність допоміжну змінну величину:

x_4 – кількість гектар можливо недовикористаної ріллі;

x_5 – кількість людино-днів можливо недовикористаного робочого часу механізаторів;

x_6 – кількість людино-днів можливо недовикористаного робочого часу некваліфікованих працівників.

Отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5000 \\ 2x_1 + 8x_2 + 10x_3 + x_5 = 20\,000 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_6 = 12\,000 \end{cases}$$

$$C = 3000x_1 + 3600x_2 + 12000x_3 \rightarrow \max$$

Маємо умову задачі, яка представлена системою трьох лінійних рівнянь з шістьма невідомими змінними величинами (x_j), тобто кількість (n) невідомих (шуканих) величин більше кількості (m) рівнянь даної системи ($n > m$). А це значить, що така система рівнянь є невизначеною, задача має багато варіантів вирішень.

Процедура розрахунку оптимального плану зводиться до складання серії планів. Спочатку складемо не оптимальний варіант плану, потім його послідовно будемо покращувати.

Дамо трьом невідомим деяке значення (щоб $n = m$). В даному випадку простіше вирішити систему відносно невідомих змінних величин x_4 , x_5 і x_6 .

Для початку, припустимо, що x_1, x_2 і $x_3 = 0$, тобто нічого не будемо засівати.

Отримаємо результати першого варіанту вирішення задачі:

$$\begin{cases} x_4 = 5000 - x_1 - x_2 - x_3 \\ x_5 = 20\,000 - 2x_1 - 8x_2 - 10x_3 \\ x_6 = 12\,000 - x_1 - 4x_2 - 5x_3 \end{cases}$$

$$C = 0 + 3000x_1 + 3600x_2 + 12\,000x_3 \rightarrow \max$$

Невідомі змінні величини x_4 , x_5 і x_6 , відносно яких вирішується задача називаються базисними, інші (x_1 , x_2 і x_3) – небазисні. Числові значення при невідомих змінних величинах x_j називаються техніко-економічними коефіцієнтами. Наприклад, число 10 при x_3 в другому рівнянні системи означає витрати праці механізаторів в людино-днях на обробіток 1 га посіву соняшнику і т.д. Числа, які вільні від невідомих змінних (x_j) називаються вільними членами рівнянь і показують наявність відповідного ресурсу в господарстві: 5000 – площа ріллі, 20 000 – запас робочого часу механізаторів в людино-днях і т.д.

Результати першого варіанту вирішення задачі показують, що при x_1, x_2 і $x_3 = 0$, тобто нічого не посіяли, обсяги наявних ресурсів будуть дорівнювати змінним величинам x_4, x_5 і x_6 , які позначають недовикористані ресурси. Якщо в перше рівняння замість x_1, x_2 і x_3 підставити 0, то отримаємо, що x_4 – недовикористана площа ріллі становила 5000 га, те ж і по іншим рівнянням. В цільовій строчці $C = 0 + 3000 \times 0 + 3600 \times 0 + 12\,000 \times 3 = 0$. Не посіяли

жодного гектара – не отримали жодної гривні. План необхідно покращувати. Це можна здійснити шляхом введення в базис невідомих змінних x_4 , x_5 і x_6 із небазисних x_1 , x_2 і x_3 і відповідним видаленням із базиса деяких змінних. Видаляють тільки одну змінну в кожному варіанті. Небазисних змінних три, вводити в базис треба ту, яка має найбільший коефіцієнт в цільовому рівнянні. Цей коефіцієнт показує вартість відповідної продукції з 1 га посіву. У нашому випадку це x_3 (12 000 грн.) – посів цукрового буряка. Постає питання, яку змінну видалити із базиса? Базисні змінні x_4 , x_5 і x_6 показують ресурси господарства, тобто обмеження діяльності, наприклад, засіяти в господарстві можна не більше $x_4 = 5000$ га., а запас робочого часу механізаторів – не більше $x_5 = 20\,000$ людино-годин і т.д. Який з цих ресурсів обмежить в першу чергу наше бажання засіяти 5000 га. цукровим буряком і отримати продукції на суму $(12\,000 \times 5000) = 60\,000\,000$ грн.?

Для цього в кожному рівнянні вільний член (наявність певного ресурсу) необхідно поділити на коефіцієнт при x_3 (шукана площа під цукровий буряк): перше рівняння $5000 : 1 = 5000$; друге рівняння – $20\,000 : 10 = 2000$ і третє рівняння $12\,000 : 5 = 2400$. Це означає, якщо ми хочемо засівати тільки цукровий буряк, то нам вистачить власного запасу робочого часу механізаторів на 2000 га, а некваліфікованої праці на 2400 га. Значить видаляти треба, в першу чергу, базисну змінну x_5 – наявність робочого часу механізаторів, а на її місце стає x_3 – шукана площа посіву цукрового буряка. Запишемо друге рівняння системи відносно x_3 :

$$10x_3 = 20\,000 - 2x_1 - 8x_2 - x_5 \text{ або } x_3 = 2000 - 0,2x_1 - 0,8x_2 - 0,1x_5.$$

Підставимо значення x_3 в інші рівняння системи і цільову функцію і отримаємо новий варіант вирішення задачі:

$$x_4 = 5000 - x_1 - x_2 - (2000 - 0,2x_1 - 0,8x_2 - 0,1x_5) = 3000 - 0,8x_1 - 0,2x_2 + 0,1x_5;$$

$$x_6 = 12\,000 - x_1 - 4x_2 - 5(2000 - 0,2x_1 - 0,8x_2 - 0,1x_5) = 12\,000 - x_1 - 4x_2 - 10\,000 + x_1 + 4x_2 + 0,5x_5 = 2000 + 0,5x_5;$$

$$C = 0 + 3000x_1 + 3600x_2 + 12\,000(2000 - 0,2x_1 - 0,8x_2 - 0,1x_5) = 0 + 3000x_1 + 3600x_2 + 24\,000\,000 - 2400x_1 - 9600x_2 - 1200x_5 = 24\,000\,000 + 600x_1 - 6000x_2 - 1200x_5, \text{ тобто:}$$

$$\begin{cases} x_4 = 3000 - 0,8x_1 - 0,2x_2 + 0,1x_5 \\ x_3 = 2000 - 0,2x_1 - 0,8x_2 - 0,1x_5 \\ x_6 = 2000 + 0,5x_5 \end{cases}$$

$$C = 24\,000\,000 + 600x_1 + 6000x_2 + 1200x_5 \rightarrow \max$$

Цей варіант значно краще. Замість 0 в цільовій функції матимемо 24 млн. грн. вартості продукції. Засіяно $x_3 = 2000$ га цукрового буряка, при врожайності 300 центнерів з 1 га і по 40 грн. за 1 центнер ми отримаємо продукції на 24 000 000 грн. ($2000 \times 300 \times 40$). Разом з тим, чи являється цей варіант вирішення задачі оптимальним? Подивимось на цільову функцію. При x_1 – шукані площі посіву пшениці техніко-економічний коефіцієнт позитивний. Це говорить про те, що додатковий посів кожного гектару пшениці дасть додатково 600 грн. вартості загальної продукції. Аналізуємо базисні величини. З першого рівняння системи бачимо, що недовикористана площа ріллі x_4 складає 3000 га, недовикористаний робочий час некваліфікованих працівників (x_6) складає 2000 людино-годин.

Все це свідчить, що отриманий нами варіант вирішення задачі не є оптимальним. Його необхідно покращити. Введемо в базис x_1 – шукані посіви пшениці. Зробимо розрахунок і визначимо яку змінну видалити із базиса. Поділимо значення базисних величин в кожному рівнянні системи на відповідний коефіцієнт при x_1 :

$$3000 : 0,8 = 3750$$

$$2000 : 0,2 = 10\,000$$

Таким чином x_4 видаляється із базису, а на його місце переміщується x_1 . Розрахуємо перше рівняння отриманого варіанту вирішення задачі відносно x_1 :

$$0,8x_1 = 3000 - 0,2x_2 + 0,1x_5 - x_4$$

$$\text{або } x_1 = 3000 : 0,8 - 0,2x_2 : 0,8 + 0,1x_5 : 0,8 - x_4 : 0,8,$$

$$\text{тобто } x_1 = 3750 - 0,25x_2 - 1,25x_4 + 0,125x_5.$$

Підставимо значення x_1 в інші рівняння системи і отримаємо:

$$\begin{aligned} x_3 &= 2000 - 0,2(3750 - 0,25x_2 - 1,25x_4 + 0,125x_5) - 0,2x_2 + 0,1x_5 = \\ &= 2000 - 750 + 0,05x_2 + 0,25x_4 - 0,025x_5 - 0,2x_2 + 0,1x_5 = \\ &= 1250 - 0,15x_2 + 0,25x_4 + 0,75x_5: \end{aligned}$$

$$x_6 = 2000 + 0,5x_5$$

$$\begin{aligned} C &= 24\,000\,000 + 600(3750 - 0,25x_2 - 1,25x_4 + 0,125x_5) - 6000x_2 - 1200x_5 = \\ &= 24\,000\,000 + 2\,250\,000 - 150x_2 + 750x_4 + 750x_5 - 6000x_2 - 1200x_5 = \\ &= 26\,250\,000 - 6150x_2 - 750x_4 - 450x_5. \end{aligned}$$

В результаті отримали наступний варіант вирішення задачі:

$$\begin{cases} x_1 = 3750 - 0,25x_2 - 1,25x_4 + 0,125x_5 \\ x_3 = 1250 - 0,15x_2 + 0,25x_4 + 0,75x_5 \\ x_6 = 2000 \end{cases}$$

$$C = 26\,250\,000 - 6150x_2 - 750x_4 - 450x_5$$

Цей варіант значно кращий попереднього, оскільки в цільовій функції вартість вирощеної продукції на 2 250 000 грн. більша ніж в першому варіанті. Під посівами пшениці зайнято 3750 га ріллі, а цукрового буряка 1250 га. Рілля використана повністю. Лишились незадіяними 2000 людино-годин некваліфікованих працівників. Це позитивний момент в нинішніх умовах дефіциту трудових ресурсів на селі.

Задача вирішена найпростішим методом підстановки. Задачі з значно більшою кількістю змінних величин, з співвідношенням галузей, великою кількістю обмежень, можна вирішити тільки за допомогою ЕВМ.

Для цього необхідно побудувати на основі симплексної таблиці (табл. 2) розширену модель даної задачі (табл. 3).

Таблиця 2

Симплексна таблиця співвідношення видів діяльності

C _j / C _i	Базисні невідомі	Вільні члени (обсяги ресурсів)	3000	3600	12 000	0	0	0
			x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
0	x ₄	5000	1	1	1	1	0	0
0	x ₅	20 000	2	8	10	0	1	0
0	x ₆	12 000	1	4	5	0	0	1
max	Z - C	0	-3000	-3600	-12 000	0	0	0

З цієї таблиці видно розташування шуканих величин x_j по горизонталі і по вертикалі базисні невідомі, які є обмеженнями даної задачі. Розширена модель даної задачі має наступний вигляд:

Таблиця 3

Розширена економіко-математична модель оптимізації видів діяльності в господарстві

Змінні	Одиниці виміру	Площі посіву			Площа ріллі	Запас робочого часу механізаторів	Запас робочого часу некваліфікованих працівників	Тип обмежень	Обсяг обмежень
		Пшениці	Соняшнику	Цукрового буряку					
Обмеження									
Одиниці виміру	×	га	га	га	га	люд-дн.	люд-дн.	×	×
Номери змінних	×	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	×	×
Площа ріллі	га	1	1	1	1	0	0	=	5000
Робочий час: а) механізатор б) некваліфіковані працівники	л-год	2,0	8,0	10,0	0	1	0	=	20 000
	-	1,0	4,0	5,0	0	0	1	=	12 000
Вартість продукції	грн	3000	3600	12 000	0	0	0	→	max

2.4. Розробка і вирішення економіко-статистичної задачі

Виробнича функція є інструментарієм інтерпретації кореляційної залежності однієї змінної величини від незалежної однієї або декількох змінних величин (факторів). Виробнича функція використовується для аналізу і прогнозування результативного признаку (залежної змінної величини). Окрім прогнозування рівня результативного признаку виробничі функції можуть бути використані для визначення економічного оптимуму, коефіцієнту ефективності і взаємозаміни факторів. Якщо в економіко-математичній моделі по оптимізації кількісні залежності виражені великою кількістю змінних, то при визначенні виробничої функції приходиться мати діло з менш складними залежностями, які характеризуються 2-3 і дещо більшим числом змінних величин.

Виробничі функції можуть бути представлені різними способами:

- 1) табличний – найбільш зручний у тому випадку, коли вивчається залежність на основі даних безпосередніх спостережень;
- 2) графічний – найбільш зручний з точки зору наглядності;
- 3) аналітичний – в цьому випадку виробничу функцію представлено у вигляді математичної моделі одно-, або багатofакторного економічного процесу, яка у формі рівняння встановлює зв'язок між признаками, що вивчаються. Що в свою чергу дає можливість вичислити очікуване значення виробничого результату в залежності від дії на нього факторів.

Аналітичний спосіб вираження виробничої функції дозволяє проаналізувати вплив одного чи декілька факторів на результат виробничої чи господарської діяльності і визначити за допомогою прийомів математичного аналізу різних коефіцієнтів, які характеризують зміни в економічному процесі.

Основними видами математичної інтерпретації виробничих функцій є:

- 1) багаточлен першого ступеню $y = a + bx$, який характеризує і описує прямолінійну залежність результативного признаку (показника) від факторів (x_i);
- 2) квадратична функція параболічного типу $y = a + b_1x_1 + b_2x_2^2$;

3) гіперболічна функція $y = a + \frac{b}{x}$ описує тенденцію зниження значення результативного признаку;

4) ступенева функція $y = ax^b$ описує тенденцію постійного зростання результативного признаку.

Останні три види описують криволінійну залежність результативного признака (Y) від факторів (x_i).

Кожна виробнича функція описується одним із представлених алгебраїчних рівнянь. Тому основна задача дослідника заключається в тому, щоб в кожному окремому випадку підібрати таке рівняння, яке б найбільш близько відтворювало економічний процес, що досліджується. Цей етап називається економіко-статистичним моделюванням.

Для побудови економіко-статистичної моделі виробничої функції слід здійснити глибокий якісний аналіз економічного процесу, щоб усвідомити систему залежностей і взаємозв'язку різноманітних факторів, визначити змінну як інтегруючого показника. Економіко-статистичне моделювання здійснюють в наступній послідовності:

- проведення економічного аналізу відповідної залежної змінної величини та виявлення факторів, що впливають на її значення;
- отримання статистичних даних та їх обробка;
- визначення математичної форми зв'язку залежних і незалежних змінних;
- визначення параметрів економіко-статистичної моделі за допомогою яких характеризують практичну цінність виробничої функції. При оцінці адекватності отриманої моделі взаємозв'язків між факторами x_i використовують коефіцієнти кореляції (R);
- статистична і економічна оцінка моделі;
- економічна інтерпретація моделі.

В дослідженнях економічних процесів у сільському господарстві, яке суттєво відрізняється від інших галузей народного господарства системою

технологічних і економічних особливостей, найбільше поширена прямолінійна форма залежності між результативними показниками (Y) і факторами (x_i), що зумовлюють їх зміни. Ця залежність математично інтерпретується рівнянням $y = a_0 + a_1x_1$, де: a_0 – постійна величина рівняння і в ряді випадків не завжди має економічний зміст, служить для здійснення розрахунку. В окремих випадках a_0 може характеризувати певний природний процес. Наприклад, характеризувати кількісно природну родючість землі, у випадку дослідження результативного показника (y) – урожайності сільськогосподарських культур; a_1 – коефіцієнт регресії, що показує кількісну міру впливу фактора (x_j) на результативний показник (y).

Алгоритм вирішення цього рівняння розглянемо в наступному прикладі: перед дослідником поставлена задача вивчити зміну річного надою молока від однієї корови залежно від витрат кормів та обґрунтувати прогноз цього показника на певний термін.

Необхідна інформація була взята по 30 сільськогосподарським підприємствам (для достовірності розрахунків, таких спостережень повинно бути не менше 30!). Цю інформацію можна звести в наступну таблицю.

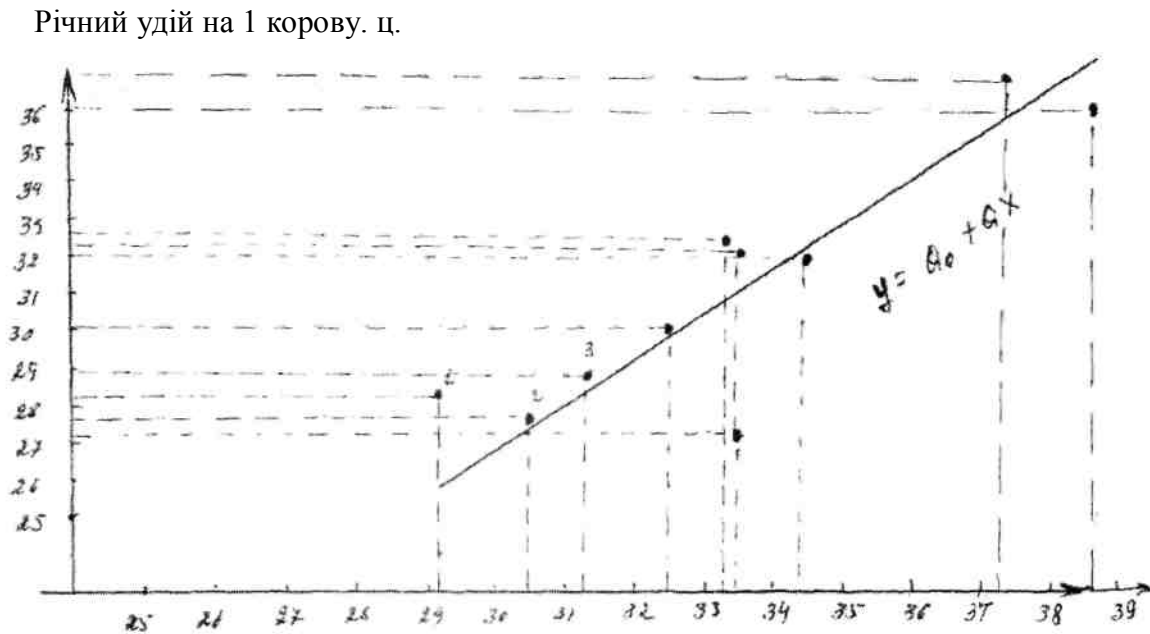
Таблиця 4

Вихідні дані

Назва господарства	Річний удій на 1 корову, ц (Y)	Річні витрати кормів на 1 корову ц.к.о. (X)	Розрахункові величини		
			Y ²	X ²	XY
1.	28,1	29,4	789,6	764,4	826,1
2.	27,4	30,9	750,8	954,8	846,7
3.	28,5	31,3	812,2	979,7	892,0
4.	29,9	32,6	894,0	1062,8	974,7
5.	27,0	33,4	729,0	1115,6	901,8
...
27.	31,7	34,6	1004,9	1197,2	1096,8
28.	32,2	35,0	1036,8	1225,0	1127,0
29.	37,0	37,7	1369,0	1421,3	1394,9
30.	36,2	38,8	1310,4	1505,4	1404,6
Всього: (Σ)	423,0	461,2	14032,3	16585,2	15233,5
В середньому на 1 господарство $\frac{\Sigma}{n}$	32,5	35,5	1079,4	1275,8	1171,8

За допомогою графічного методу визначимо форму залежності річного надою молока на 1 корову (Y) від річних витрат кормів на 1 корову (X). Для цього побудуємо, на основі даних другого і третього стовпців таблиці, полігон розподілу функції. З графіка видно, що залежність продуктивності корів від витрат кормів на одну голову можна описати прямою лінією:

$$y = a_0 + a_1x_1.$$



річні витрати кормів, ц.к.о. на 1 корову

Рис. 2 Полігон розподілу функції залежності середньорічних надоїв молока від річної витрати кормів на 1 корову.

Основними параметрами цього рівняння є a_0 і a_1 . Їх можна розрахувати за допомогою способу найменших квадратів, застосовуючи наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum x \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 \end{cases} \quad (1)$$

Підставимо в рівняння системи розрахункові величини таблиці 1 і отримаємо:

$$\begin{aligned} 423,0 &= 10a_0 + 461,2a_1 \\ 15\,233,5 &= 461,2a_0 + 16\,585,2a_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Поділимо обидва рівняння на коефіцієнти при a_0 :

$$423,0 : 10 = 10a_0 : 10 + 461,2a_1 : 10$$

$$15\ 233,5 : 461,2 = 461,2a_0 : 461,2 + 16\ 585,2a_1 : 461,2 \quad (3)$$

$$\text{отримаємо:} \quad \underline{42,3 = a_0 + 46,1a_1}$$

$$33,0 = a_0 + 35,9a_1 \quad (4)$$

віднімемо з першого рівняння друге і отримаємо:

$$9,3 = 10,2a_1.$$

$$\text{Звідси} \quad a_1 = 9,3 : 10,2 = 0,91$$

Якщо в будь-яке рівняння системи (4) підставити значення $a_1 = 0,91$, можна визначити чому дорівнює a_0 :

$$\text{так:} \quad 42,3 = a_0 + 46,1 \cdot 0,91$$

$$a_0 = 41,95 - 42,3 = -0,35;$$

$$\text{або:} \quad 33,0 = a_0 + 35,9 \cdot 0,91$$

$$a_0 = 32,65 - 33,0 = -0,35;$$

Таким чином, розраховані параметри a_0 і a_1 . Робоче рівняння виробничої функції має вигляд:

$$y = -0,35 + 0,91x_1 \quad (5)$$

Для того, щоб бути впевненим в доцільності використання отриманого робочого рівняння як інструментарію для розрахунків теоретичних рівнів річних надойв молока на одну корову в кожному господарстві, слід визначити достовірність цього рівняння. Для цього треба розрахувати коефіцієнт кореляції (r), який характеризує тісноту зв'язку результативного показника (y) і відповідного фактора (x_i). Коефіцієнт кореляції визначається за формулою:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\delta_x \cdot \delta_y}; \quad (6)$$

де: δ_x і δ_y – середньоквадратичні відхилення фактору та результативного показнику.

Ці відхилення визначаються за формулами:

$$\delta_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}; \quad \delta_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}; \quad (7)$$

Підставивши в ці формули значення таблиці 1, отримаємо:

$$\delta_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{1275,8 - 1260,2} = \sqrt{15,6} = 3,95;$$

$$\delta_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = \sqrt{1079,4 - 1056,2} = \sqrt{23,2} = 4,82.$$

Підставивши у формулу (6) відповідні значення (табл. 1) отримаємо коефіцієнт кореляції (r):

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\delta_x \cdot \delta_y} = \frac{1171,8 - 32,5 \cdot 35,5}{3,95 \cdot 4,82} = 0,9454.$$

Згідно стандартів, значення коефіцієнту (r) до 0,5 свідчить про слабкий зв'язок результативного показника (y) з фактором (x_i); від 0,5 до 0,7 – сильний зв'язок і $> 0,7$ – дуже сильний. У нашому випадку $r = 0,9454$. Це свідчить про дуже сильний зв'язок (можна функціональний) між продуктивністю корів і їх кормлінням.

Показник детермінації визначають за формулою:

$$Д = r^2 \cdot 100\% \quad (8)$$

Він показує на скільки відсотків фактор (x_i) зумовлює зміну результативного показника (y). У нашому випадку:

$$Д = r^2 \cdot 100\% = 0,9454^2 \cdot 100\% = 89,4.$$

Тобто кількість і якість кормів на 89,4% зумовлюють продуктивність корів певної породи.

Значимість кількісної міри впливу фактора (x_i) на результативний показник визначається за t -критерієм, який розраховується за формулою:

$$t = \frac{r}{m_2}, \quad (8)$$

де: m_2 – середня помилка прогновної оцінки кількісної міри впливу фактору.

Вона визначається за формулою:

$$m_2 = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}; \quad (9)$$

$$\text{У нашому випадку } m_2 = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} = \frac{1 - 0,894}{\sqrt{13}} = \frac{0,106}{3,6} = 0,0294.$$

Таким чином
$$t = \frac{r}{m_2} = \frac{0,9454}{0,0294} = 32,156.$$

Показник суттєво перевищує значення 1 і свідчить про високу ступінь впливу фактору (x_i) і його значимість.

Знання коефіцієнту регресії, показника детермінації та t-критерію свідчить про достатній рівень достовірності отриманого робочого рівняння функції і можливість використання його як інструментарію в практичних розрахунках теоретичних результативних показників (табл. 5).

Таблиця 5

**Відхилення теоретичних і фактичних показників річних надоїв
молока в господарствах**

Назва господарства	Річна продуктивність корів. ц.		Відхилення	
	фактична	теоретична	абсолютне, (+, -)	відносне, %
1.	28,1	26,45	+ 1,65	106,2
2.	27,4	27,77	- 0,37	98,7
3.	28,5	28,13	+ 0,37	101,3
4.	29,9	29,32	+ 0,58	101,9
...
27.	31,7	31,14	+ 0,56	101,8
28.	32,2	31,5	+ 0,7	102,2
29.	37,0	33,96	+ 3,04	108,9
30.	36,2	34,96	+ 1,24	103,5
В середньому	32,5	32,5	-	-

Розрахунок теоретичних рівнів продуктивності корів в кожному господарстві здійснюємо за допомогою отриманого рівняння, шляхом підстановки в ньому фактичних значень (x) в кожному господарстві (табл. 5):

$$y_1 = - 0,35 + 0,91 \cdot 29,4 = - 0,35 + 26,8 = 26,45$$

$$y_2 = - 0,35 + 0,91 \cdot 30,9 = - 0,35 + 28,12 = 27,77$$

...

$$y_{30} = - 0,35 + 0,91 \cdot 38,8 = - 0,35 + 35,31 = 34,96$$

Таке співвідношення фактичних і теоретичних рівнів або реалізації потенційних можливостей досягнень річних надоїв молока в кожному господарстві можна продемонструвати графічно.

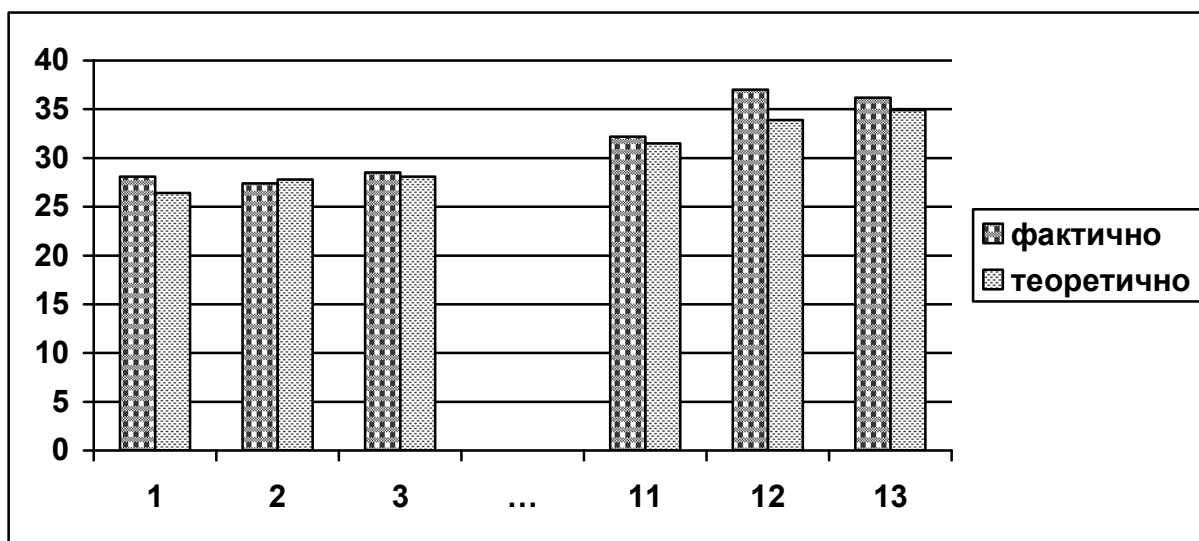


Рис. 3. Фактичні і теоретичні рівні річних надоїв молока на 1 корову в господарствах.

Аналіз таблиці і рисунку дає можливість визначити рівень продуктивності корів кожного господарства на фоні середнього по господарствам рівня ефективності використання кормів. Окрім цього, отримане робоче рівняння можна застосувати як методику прогнозування продуктивності корів. Для цього необхідно в отримане робоче рівняння виробничої функції замість невідомої змінної величини x_1 підставити заплановані на перспективу кількість і якість кормового раціону на 1 фуражну корову. Отримаємо значення залежної змінної величини (y), яка і буде прогноною оцінкою продуктивності корів в господарстві.

В практиці вивчення залежності результативних показників від великої кількості факторів приходиться мати діло з моделюванням багатфакторних економіко-статистичних задач, які математично інтерпретуються таким лінійним рівнянням:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n, \quad \text{або} \quad y = \sum_{i=1}^n a_i x_i ;$$

такі задачі можна вирішити тільки за допомогою ЕОМ.

Питання для самопідготовки

1. Що розуміють під методами лінійного програмування?
2. Які задачі вирішуються методами лінійного програмування?
3. Які основні передумови застосування методу лінійного програмування?
4. Що розуміють під системою рівнянь або нерівностей?
5. Як формалізується система лінійних рівнянь?
6. Що називається вирішенням системи лінійних рівнянь?
7. Що означає економічна інтерпретація вирішення системи рівнянь?
8. За якими етапами здійснюється вирішення економіко-математичної задачі методом лінійного програмування?
9. Які основні структурні елементи включає економіко-математична модель?
10. Що передбачає формування матричної моделі економіко-математичної задачі?
11. Що позначають основні та допоміжні змінні при формуванні моделі?
12. Як визначаються обмеження економіко-математичної задачі?
13. Наведіть приклад побудови розширеної економіко-математичної моделі.
14. Дайте тлумачення функціональної і кореляційної залежностей (зв'язків).
15. Що таке виробнича функція, способи її представлення.
16. Охарактеризуйте основні види математичної інтерпретації виробничих функцій.
17. Назвіть основні етапи побудови економіко-статистичної моделі.
18. Охарактеризуйте загальний алгоритм вирішення рівняння регресії.
19. З яких причин окремі фактори виключаються з умови подальшого вирішення економіко-статистичної задачі?
20. Що характеризують t-критерії?
21. Як визначається коефіцієнт кореляції і що він характеризує?
22. Як визначається і що характеризує коефіцієнт детермінації?
23. Як визначається значимість кількісної міри впливу окремих факторів на результативний показник?
24. Що характеризує критерій Фішера?
25. Як здійснюється розрахунок теоретичних рівнів результативного показника?

Тести до теми 2

1. Проблеми обліку, аналізу та аудиту в сільськогосподарських підприємствах методами лінійного програмування вирішуються для:

а) ефективного управління виробництвом та кращої організації виробничих процесів;

б) найбільш доцільного розподілу та використання ресурсів (землі, техніки, енергії, робочої сили, матеріально-грошових ресурсів, тощо);

в) досягнення запланованих обсягів виробництва продукції з мінімальними витратами виробничих ресурсів;

г) обґрунтування стратегії розвитку підприємства;

д) підвищення конкурентоспроможності підприємства.

2. Вкажіть 3 основні умови, коли методи лінійного програмування можуть бути застосовані:

а) всі економічні, технологічні, соціальні і інші умови повинні мати економічну інтерпретацію;

б) всі економічні, технологічні, соціальні та інші вимоги, яким повинні відповідати оптимальні вирішення задачі, повинні допускати їх математичне формулювання у вигляді лінійних рівнянь і нерівностей;

в) система лінійних рівнянь і нерівностей, яка характеризує всі умови задачі, повинна мати багатоваріантність вирішення;

г) всі економічні, технологічні, соціальні та інші вимоги, яким повинні відповідати оптимальні вирішення задачі повинні допускати їх математичне формулювання тільки у вигляді лінійних рівнянь, оскільки вирішити систему нерівностей неможливо;

д) всі економічні, технологічні, соціальні і інші вимоги повинні допускати їх математичне формулювання тільки у вигляді лінійних нерівностей, оскільки ресурси можна використовувати не більш ніж ϵ , або допускати їх заручення зі сторони;

е) цільова установка по вирішенню проблеми повинна бути економічно чітко сформульована і допускати запис у вигляді лінійної функції з числовим виразом коефіцієнтів при змінних пошукових величинах;

ж) цільова установка по вирішенню проблеми повинна бути багатоваріантною, залежно від змін числових виразів коефіцієнтів при змінних пошукових величинах;

з) цільова установка по вирішенню проблеми повинна бути чітко сформульована у вигляді рівняння або нерівностей, оскільки допускається можливість покращення варіанта вирішення задачі;

к) система лінійних рівнянь, яка характеризує всі умови задачі, повинна мати єдиний варіант вирішення.

3. Правильна поставка задачі, яку вирішують економіко-математичним методом потребує:

а) вивчення виробничої системи, суттєвих елементів досліджуваного процесу, явища, виявлення їх взаємозв'язків;

б) чіткого формулювання проблеми, яка потребує вирішення;

в) широкого інформаційного матеріалу, який характеризує економічний процес;

г) чіткого формулювання цільової установки задачі;

д) досвіду розробки аналогічних задач.

4. Другий етап розробки економіко-математичної моделі включає:

а) виділення пошукових числових значень видів діяльності;

б) визначення обсягів наявності в господарстві виробничих ресурсів (грошей, праці, землі, тощо);

в) визначення витрат на виробництво (грошей, трудових, земельних ресурсів);

г) визначення обсягів виробництва окремих видів продукції;

д) визначення доходу від реалізації окремих видів продукції;

е) визначення загального доходу від реалізації продукції;

ж) виділення обмежень задачі, які характеризують внутрішні і зовнішні умови виробництва;

з) визначення алгоритму вирішення задачі;

і) корегування вхідної інформації і повторне вирішення задачі;

к) аналіз результатів вирішення задачі;

л) визначення цільової установки – економічний результат, який повинен бути досягнутий за результатом вирішення задачі.

(Вкажіть 5 правильних відповідей).

5. Який показник якості вирішення задачі – критерій оптимізації можна використати?

а) максимум вартості окремих видів продукції;

б) максимум вартості валової продукції;

в) максимум вартості основних засобів виробництва;

г) максимум вартості товарної продукції;

д) максимум вартості чистого доходу;

е) максимум вартості прибутку;

ж) максимум показників продуктивності (урожайність, собівартість, тощо);

з) мінімум витрат на оплату праці;

і) мінімум приведених витрат;

к) мінімум витрат окремих ресурсів (земельних, трудових).

(Вкажіть 6 правильних відповідей).

6. Які основні елементи включає економіко-математична модель?

а) постановку задачі

б) алгоритм вирішення задачі;

в) цільову функцію;

г) функціональні обмеження;

д) функціональні обмеження змінних, які представлені системою лінійних рівнянь, що формують умову задачі;

е) обмеження, які дозволяють залучати ресурси зі сторони;

ж) обмеження невід'ємності змінених величин;

з) звітну інформацію про наявність і можливе надходження грошових ресурсів.

(Вкажіть 4 правильні відповіді).

7. Основні змінні задачі позначають:

- а) основні види діяльності;
 - б) кількість тварин;
 - г) види тварин;
 - д) площу посівів сільськогосподарських культур;
 - е) посіви сільськогосподарських культур;
 - ж) види продукції;
 - з) види техніки;
 - к) недовикористані ресурси;
 - л) грошові витрати;
 - м) можливі закупки певних матеріалів;
 - н) обмеження по обсягам продажу окремих видів продукції;
 - п) продуктивність худоби;
 - р) урожайність сільськогосподарських культур;
 - с) трудомісткість продукції;
 - т) цільову установку задачі.
- (Вкажіть 7 правильних відповідей)

8. Допоміжні змінні вводять в задачу для:

- а) врахування потенційних можливостей підвищення продуктивності рослин і тварин;
- б) більшої деталізації умов задачі;
- в) полегшення формалізації умов задачі;
- г) підвищення достовірності звітної і планово-нормативної інформації;
- д) забезпечення можливості коригування умов задачі.

9. Обмеження економіко-математичної моделі відображають найважливіші умови і вимоги задачі. Вона поділяється на основні, додаткові і допоміжні.

Із наведених обмежень розподіліть їх відносно класифікації: основні, додаткові, допоміжні.

Перелік обмежень:

- 1) кількість структурних підрозділів в господарстві;
- 2) мінімум і максимум обсягів виробництва окремих видів продукції;
- 3) по використанню землі;

- 4) раціон кормління тварин;
- 5) по використанню робочої сили;
- 6) по використанню грошей;
- 7) по використанню кредитних ресурсів;
- 8) по використанню кормів;
- 9) по допустимим термінам агротехнічних заходів;
- 10) по виходу суміжної продукції;
- 11) по недовикористанню деяких наявних ресурсів;
- 12) обмеження, які забезпечують правильне формування економічних вимог.

10. Дайте правильне визначення виробничої функції.

Виробнича функція є як елементу економічного процесу.

- а) пряма залежність однієї змінної величини (Y) від іншої незалежної величини (X);
- б) математичний запис залежності між двома або декількома змінними величинами;
- в) математична інтерпретація функціональної залежності однієї змінної величини від іншої (фактору);
- г) інструментарієм отримання показника впливу однієї змінної величини на іншу;
- д) інструментарієм математичної інтерпретації кореляційної залежності однієї залежної змінної величини від однієї або декількох незалежних змінних величин (факторів).

11. Найбільш поширеними способами представлення виробничої функціїє:

- а) монографічний
- б) табличний;
- в) розрахунково-конструктивний;
- г) логарифмічний;
- д) економіко-статистичний;
- е) аналітичний;
- ж) графічний;
- з) технологічний.

12. У визначення вставте пропущені слова:

- Основна задача дослідника заключається в тому, щоб в кожному окремому випадку підібрати таке рівняння, яке б, що досліджується. Цей етап називається.....

- В дослідженнях економічних процесів у сільському господарстві, найбільш поширена форма залежності між результативним показником (Y) і (X_j), що зумовлюють їх зміни.

- Коефіцієнт кореляції характеризує

- Коефіцієнт детермінації показує

- Значимість кількісної міри впливу фактора (X_i) на результативний показник визначається за

- Кількісну міру впливу фактора X_i на результативний показник (Y) показує при X_i

Слова і фрази для доповнень:

(t-критерій; тіснота зв'язку між фактором і результативним признаком; коефіцієнт регресії; на скільки процентів фактори впливають на результативний показник; тісноту зв'язку між факторами і результативним показником; лінійна; фактори; економіко-статистичне моделювання; найбільш близько відтворювало економічний процес).

Практичні завдання

1. Яка з наведених систем рівнянь сумісна і несумісна? Поясніть чому.

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 24 \\ 8x_1 - 2x_2 = 20 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 4 \\ 4x_1 + 8x_2 = 7 \end{cases}$$

2. Яка з наведених систем рівнянь є визначеною і невизначеною?

Поясніть чому.

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 24 \\ 8x_1 - 2x_2 = 20 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 22 \\ 8x_1 + 4x_2 = 32 \end{cases}$$

3. Лінійна нерівність описує обмеження задачі по використанню трудових ресурсів:

$$2x_1 + 1,5x_2 + 2,0x_3 \leq 22000 \text{ людино-днів}$$

Перетворіть цю нерівність в рівняння з поясненнями.

4. На основі інформації про витрати добрив на 1 га посіву:

- пшениці – 3,2 ц.д.р.;
- овочів – 4,0 ц.д.р.;
- соняшнику – 2,6 ц.д.р.

Запишіть обмеження по добривам у вигляді рівняння і нерівності.

Наявність добрив у господарстві 2400 тон, x_1 – посіви пшениці; x_2 - овочі; x_3 – соняшник.

5. На основі даних таблиці складіть цільову функцію:

Площі посіву	Вид продукції	Урожайність, ц/га	Затрати на 1 ц., грн.	Ціна 1 ц. грн.
Пшениці x_1	зерно	30	86	100
Овочів x_2	овочі	60	240	250
Соняшник x_3	соняшник	20	150	200

- а) max вартості продукції
- б) max прибутку від реалізації
- в) min витрат на виробництво

6. На основі даних таблиці зробіть полігон розподілу функцій; дайте їх математичну інтерпретацію і нарисуйте графіки.

а)	x	1	2	3	4	2	3
	y	6	4,5	2	1,5	1	0,5
б)	x	-1	0	1	2	3	4
	y	0,5	1	1,2	1,4	1,6	1,8
в)	x	-1	0	1	2	3	4
	y	4	3	2	1	2	3
г)	x	-1	0	1	2	3	4
	y	0	1	2	3	4	5

Тема 3. Моделювання оптимальної структури виробництва в сільськогосподарському підприємстві

- 3.1. Розробка структурної економіко-математичної моделі.
- 3.2. Розробка розширеної економіко-математичної моделі.
- 3.3. Аналіз отриманих результатів вирішення задачі.
- 3.4. Застосування базової економіко-математичної моделі структури виробництва в дипломному проекті.

Ключові терміни і поняття: *оптимізаційні моделі, моделювання оптимальної структури виробництва, симплекс-метод, виробничі ресурси, сільськогосподарська продукція, оптимальний план розвитку.*

3.1. Розробка структурної економіко-математичної моделі

Питанням моделювання економічних процесів в сільському господарстві займалися відомі провідні вчені, такі як Браславець М.Е., Гувжин П.Ф., Кравченко Р.Г. і інші. Ними розроблено систему економіко-математичних оптимізаційних моделей в галузі сільського господарства, це комплектування доукомплектування машинно-тракторного парку, кормовиробництва, зеленого конвеєру, обороту стада сільськогосподарських тварин, співвідношення окремих галузей, спеціалізації господарств, розміщення виробництва окремих видів продукції по регіонам, формування сировинних зон та інші.

На наш погляд, для досліджень в дипломних роботах з обліку та аналізу найбільш корисними мають бути моделювання співвідношення видів виробничої діяльності та спеціалізація підприємств, оскільки в цих моделях як ніде в інших враховуються всі умови господарської діяльності, як внутрішні, це: наявність та використання виробничих ресурсів, вироблена продукція, фінансові результати, які є об'єктами обліку та аналізу; так і зовнішні, це: реалізація продукції, надання та отримання послуг, ціноутворення, кредиторська і дебіторська діяльність, оподаткування та інші, які є теж об'єктами обліку, аналізу і прогнозування.

Найбільш типовим прикладом застосування економіко-математичного моделювання може бути сільськогосподарське підприємство, яке займається виробництвом як рослинницької так і тваринницької продукції. В цих підприємствах вироблена продукція не завжди є товарною, тобто вона утилізується іншими видами діяльності. Наприклад, продукція рослинництва (зерно, коренеплоди, сіно, силос та інші) використовується як корм для тварин, в свою чергу відходи тваринництва (гній) використовується у рослинництві як органічні добрива.

Об'єктом економіко-математичного моделювання економічного процесу нами взято птахофабрику. Розвиток птахофабрики як типу сільськогосподарського підприємства, який виробляє продукцію на промисловій основі, неможливий без інтенсифікації всіх інших галузей господарства.

При розробці і вирішенні економіко-математичної задачі ставилась мета встановити оптимальну структуру виробництва на птахофабриці при використанні тих же виробничих умов і ресурсів, які були у звітному періоді. Вся вихідна інформація (і на її основі техніко-економічні коефіцієнти) для складання задачі визначалась по фактично досягнутим показникам птахофабрики за 2006-2010 роки, а також нормативні та планові показники на перспективу.

Задача вирішується при наступних умовах:

1. Птахофабрика повинна забезпечити продажу споживачам (переробним підприємствам) всіх видів продукції в обсязі не менше фактичного їх продажу за 2006-2010 роки, яка по окремим видам склала наступні кількості:

а) озима пшениця	- 10 476 ц
б) просо	- 2 384 ц
в) соняшник	- 1 701 ц
г) плоди	- 488 ц
д) молоко	- 31 980 ц
е) м'ясо всіх видів	- 9 823 ц
ж) яйця	- 35,7 млн. шт.

Таким чином, в розрахованому оптимальному плані розвитку господарства вказані види продукції повинні вироблятися в обсягах, які забезпечать їх продажу споживачам в кількості не менше вказаних розмірів.

2. Птахофабрика повинна забезпечити тваринництво кормами власного виробництва. Але у зв'язку з тим, що господарство щорічно закупає для потреб тваринництва деякі види кормів, то умовами задачі передбачено можливість їх закупок в наступних обсягах:

а) комбіновані корми	- 78 616 ц
б) жмих	- 4 756 ц
в) коренеплоди	- 3 127 ц
г) мука кісткова	- 7 576 ц

3. Птахофабрика повинна повністю забезпечити себе насінням власного виробництва чи виробляти достатню кількість зерна для обміну його на насіння більш високих кондицій в інших господарствах.

4. Співвідношення галузей виробництва повинно бути таким, щоб господарство на протязі всього маркетингового року забезпечило виконання всіх робіт власними трудовими ресурсами.

5. Структура посівних площ птахофабрики повинна відповідати сучасним вимогам сівозмін і агротехніки.

При складанні і вирішенні економіко-математичної задачі враховані всі виробничі ресурси, якими володіє господарство в цей період, при цьому використовувались тільки ті з них, які обмежують виробництво сільськогосподарської продукції на птахофабриці.

Урожайність сільськогосподарських культур, нормативи витрат праці і ресурсів розраховувались на 1 гектар площі ріллі під кожен культуру. На основі довідкових даних про споживність кормів, з врахуванням відходів побічної продукції, які використовуються на корм худобі, визначено вихід кормових одиниць по видам кормів з 1 га кожної культури.

В тваринництві затрати праці і ресурсів визначались на 1 структурну голову в середньому за 2006-2010 роки. Для цього визначався обсяг витрат

ресурсів на все поголів'я і отримана сума в наступному ділилась на розміри маточного поголів'я худоби і птиці.

Продуктивність тварин визначається на основі даних річних звітів з урахування факторів можливого підвищення показників. Потреби худоби і птиці в кормових одиницях визначались виходячи з типів і норм кормління, які склались за минулі 3-4 роки. При цьому потреби в кормах визначались по великій рогатій худобі в розрахунку на одну фуражну корову, по птиці в розрахунку на 1 курку несучку і по свинарству в розрахунку на 1 цнт. привісу – по наступним групам кормів: концентрованим, грубим, соковитим і зеленим. Вартість валової продукції з кожного гектара посівів визначена на основі цін реалізації сільськогосподарської продукції в минулі роки з урахуванням можливих змін їх в наступні роки. По галузям тваринництва вартість продукції визначена у розрахунку на структурну голову.

Визначення оптимізації виробничої програми досить складний процес. Це пов'язано з особливостями планування сільськогосподарського виробництва, а також наявністю великої кількості факторів, які впливають на виробничий процес і взаємовідносини між окремими галузями. В наслідок цих особливостей сільськогосподарське підприємство, як люба складна система, має велику кількість варіантів галузевої структури, із яких один – найкращий.

Однак, використання традиційних методів і засобів аналізу сільськогосподарського виробництва не дозволяє виявити суб'єктивізм у вирішенні планово-економічних задач. Наприклад, розробка методом варіантних розрахунків декількох збалансованих планів структури виробництва по одному і тому ж об'єкту на певний період і вибір з них найкращого не надає повної гарантії правильності зробленого вибору. Крім цього, вказаний метод потребує багато часу. Вирішити ці питання дозволяє економіко-математичне моделювання, яке забезпечує можливість знайти найкраще вирішення проблеми в короткий термін і з великим економічним ефектом, що створює умови для оперативного аналізу, надає можливості корегування планів при зміні ресурсів.

Постановку економіко-математичної задачі починають з визначення переліку показників, які треба оптимізувати. Ці показники і складають число змінних задачі. Залежно від теми дослідження їх число можна зменшувати або, навпаки, змінні можна деталізувати (облік товарної, валової продукції, прибутку, фінансових результатів і т.п.). В якості змінних в запропоновану задачу включені всі види продукції, яка виробляється на підприємстві. При складенні задачі по птахофабриці в ній включено 32 змінних. Одиницями виміру змінних є: по сільськогосподарським культурам – гектари, по великій рогатій худобі і птахівництву – структурні голови, по свинарству – центнер привісу, по робочій худобі – фізична голова, по кормам, які закупаються – центнери.

Наступним етапом складання економіко-математичної задачі є розробка її структурної моделі. Люба задача при практичному її вирішенні потребує деталізації, особливого методичного підходу. Математична сутність і форми задач симплекс-методу створюють систему умов, які можуть складатись, як з нерівностей так і рівнянь.

Суть задачі, що вирішується, заключається у наступному:

Найти значення змінних: x_{ij} , x_j^3 , x_j^k , \bar{x}_{ij} , \bar{x}_j , x_k , x_j , x_j^d , які максимізують прибуток і таку систему:

$$C_{max} = \sum_{j=1}^n c_j x_j - x_j^3,$$

при наступних лінійних обмеженнях:

1. Баланс землі: шукана площа посівів j -тих культур не повинна перевищувати наявність земельних ресурсів господарства.

$$\sum_{j=1}^{\gamma} x_j \leq b_i \quad (i \in A_1);$$

2. Група обмежень по використанню трудових ресурсів: обмеження допускають залучення додаткової робочої сили в напружені технологічні періоди

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^n a_{\downarrow j}^{\Delta} = b_i \quad (i \in A_2).$$

Якщо тема дипломної роботи пов'язана з обліком і аудитом праці у господарстві та витрат на її оплату, ці обмеження можна деталізувати по категоріям працюючих, або за рівнем кваліфікації, або по галузевому принципу.

3. Баланс матеріально-грошових витрат: обмеження допускає залучення кредитів і навіть пошукову суму кредиту.

$$\sum_{j=1}^n u_{ij}x_j + u_{ik}x_k \leq b_i \quad (i \in A_3); \quad (k \in K).$$

Матеріально-грошові витрати теж в моделі можна деталізувати по окремим видам і статтям.

4. Група обмежень по виробництву і використанню кормів: дає можливість відслідити власні джерела виробництва кормів в порівнянні з потребами і встановити кількість і яких кормів слід докупити

$$-\sum_{j=1}^{\gamma} d_{ij}x_j^d + \sum_{j=1}^n r_{ij}x_j \leq A_i \quad (i \in A_4).$$

5. Баланс наявності та використання органічних добрив: дає можливість визначити забезпеченість органічними добривами, знати їх дефіцит

$$\sum_{j=1}^{\gamma} z_{ij}x_j - \sum_{j=1}^n z'_{ij}x_j = 0; \quad (i \in A_5).$$

6. Баланс наявності і потреби в мінеральних добривах: визначає обсяги необхідних закупок мінеральних добрив, які в певний мірі будуть гарантувати заплановану продуктивність землі

$$\sum_{j=1}^{\gamma} z_{ij}x_j - \sum_{j=1}^n z''_{ij}x_j \geq 0; \quad (i \in A_6).$$

7. Обмеження по зобов'язанням продажі продукції: мають брати до уваги взятих заздалегідь зобов'язань по продажам, включаючи ф'ючерсні домовленості.

$$\sum_{j=1}^n q_jx_j \geq Q_i; \quad (i = 1, 2, \dots n).$$

8. Вимоги невід'ємності змінних: в реальному економічному процесі де все споживається, від'ємних пошукових величин не допускається.

$$x_j > 0; \quad x_{ij} > 0; \quad x_j^3 > 0; \quad x^k > 0; \quad \bar{x}_{ij} > 0; \quad \bar{x}_j > 0; \quad x_k > 0; \quad x_j^d > 0.$$

В моделі застосовані наступні показники:

- j – індекс, який вказує порядковий номер змінної, яка показує окремі галузі рослинництва і тваринництва (види продукції, поголів'я, площі посівів окремих культур), а також шукану кількість ресурсів;
- n – кількість змінних від 1 до n ;
- γ – кількість змінних по землеробним галузям;
- i – індекс, який вказує порядковий номер балансів по виробничим ресурсам і по іншим видам обмежень;
- m – кількість різних видів виробничих ресурсів і типів обмежень, які враховані в задачі від 1 до m ;
- x_j – індекс, який вказує пошуковий номер j -тої галузі господарства, продукції, площі землі, тощо;
- b_i – наявність i -того виду продукції;
- A_1 – кількісне обмеження по земельним ресурсам;
- a_{ij}^{Δ} – індекс можливого залучення робочої сили по напруженим періодам її використання;
- A_2 – кількісне обмеження по використанню трудових ресурсів;
- d_{ij} – коефіцієнт, який відображає вихід i -того виду корма на одиницю j -того виду діяльності в рослинництві, наприклад з 1 га посіву ячменю, основної і побічної продукції;
- r_{ij} – коефіцієнт, який відображає витрати i -того виду кормів на утримання голови худоби j -того виду тварин;
- x_{ij} – можлива закупка i -того виду корма для j -того виду тварин;
- A_4 – кількісне обмеження по виробництву і використанню кормових ресурсів;
- u_{ij} – коефіцієнт, який відображає витрати i -того виду ресурсів j -ї галузі;
- x_k – кількість k -того виду шуканих виробничих ресурсів;
- A_3 – кількісне обмеження по виробничим витратам;
- z_{ij} – коефіцієнт, який відображає норми внесення i -того виду діючої речовини під j -ту культуру;

z'_{ij} – коефіцієнт, який показує вихід органічних добрив від j -того виду тварин;
 z''_{ij} – коефіцієнт, який відображає вміст i -того виду діючої речовини в j -тому виді добрив;
 A_5 – кількісне обмеження по органічним добривам;
 A_6 – кількісне обмеження по мінеральним добривам;
 q_{ij} – коефіцієнт, який відображає вихід i -того виду продукції в натуральному виді на одиницю виміру j -ї галузі чи виду діяльності;
 S_i – обсяг гарантованого виробництва і реалізації i -того виду продукції;
 x_j^3 – розмір виробничих витрат;
 c – максимум чистого прибутку;
 c_j – вартість продукції на одиницю виміру j -ї галузі чи виду діяльності.

3.2. Розробка розширеної економіко-математичної моделі

Розробка розширеної економіко-математичної моделі оптимальної структури виробництва в сільськогосподарському підприємстві потребує підготовки звітної і планово-нормативної інформації про ресурсний потенціал господарства, наявність окремих видів земельних ресурсів: сільськогосподарських угідь, ріллі, багаторічних насаджень, пасовиськ, сінокосів; трудових ресурсів механізаторів, полеводів, тваринників; органічних і мінеральних добрив; насінного матеріалу грошових ресурсів; окремих видів засобів виробництва як у вартісному так і фізичному вимірах.

Основні традиційні види діяльності, обсяги виробництва окремих видів продукції, домовленості на їх реалізацію. Окрім цього може бути обґрунтована інформація про доцільність диверсифікації виробництва в господарстві. Обов'язковим є розробка планових показників врожайності окремих сільськогосподарських культур продуктивності тварин.

В нашому випадку пропонується річна продуктивність тварин: річний надій на одну корову, річний привіс однієї свині та інше. На основі

технологічних карт розраховано показники витрат окремих ресурсів на 1 га посіву окремих культур, 1 голову худоби (табл. 6).

Таблиця 6

Звітна та планово-нормативна інформація для розробки розширеної моделі оптимальної структури виробництва в сільськогосподарському підприємстві (Фрагмент)

Види діяльності	Види ресурсів														
	Трудові			Засоби виробництва				Добрива		Засоби захисту рослин і тварин	Інші матеріали	Корми		Грошові витрати	
	Механізатори	Переводи	Тваринники	Всього т. грн.	Гусеничні трактори, ет-га	Колісні тр-ри, ет-га	автомобілі т. км	Органічні т.	мінеральні ц. д. р.			всього ц.к. од.	в т.ч. концентр.	Всього тис. грн.	в т.ч. оплата праці
пшениця	20,8	2,2	-	2,8	14,2	12,4	40,2	3,0	2,4	0,32	0,48	6,4	2,6	2,1	0,34
ячмінь	20,6	2,0	-	2,6	12,6	10,8	38,4	-	2,2	0,32	0,4	38,4	34,2	2,2	0,3
просо	18,6	2,4	-	2,6	12,8	12,2	24,8	-	2,2	0,3	0,38	28,0	22,4	1,7	0,32
овес	19,8	2,2	-	2,4	12,0	10,6	28,8	-	2,0	0,3	0,36	30,8	28,6	1,8	0,31
кукурудза на зерно	21,9	42,6	-	3,6	14,6	22,1	16,8	2,0	2,4	0,62	0,48	59,9	48,8	2,6	0,58
кукурудза на силос	14,4	21,2	-	2,8	12,4	14,2	22,0	1,5	2,0	0,3	0,26	48,4	-	2,2	0,34
соняшник	22,6	44,8	-	3,8	16,4	12,8	22,4	3,0	2,4	0,62	0,44	6,1	4,2	2,8	0,62
цукровий буряк	28,6	26,6	-	3,4	19,6	18,4	300,0	3,0	2,6	0,3	0,22	2,6	-	2,2	0,84
ріпак	22,2	1,8	-	1,8	14,2	8,2	26,6	-	2,2	-	0,13	6,4	-	1,6	0,3
овочі	22,8	48,8	-	2,2	15,8	14,4	120,0	3,0	2,0	0,5	0,62	1,2	-	2,1	0,86
картопля	24,6	36,2	-	2,4	16,6	10,6	110,0	2,0	2,0	0,4	0,6	2,2	-	7,0	0,68
баштанні	26,0	14,2	-	1,6	17,4	16,2	80,6	-	2,0	0,1	0,2	16,2	-	1,4	0,44
коренеплоди	26,2	12,0	-	1,6	17,2	14,4	10,2	-	2,0	0,1	0,2	21,6	-	1,3	0,48
.....
дійні корови	2,8	-	117,2	2,6	0,4	0,6	15,0	-	-	0,12	0,24	32,4	6,2	2,8	1,12
ВРХ на відгод.	2,0	-	58,8	2,2	0,2	0,4	6,0	-	-	0,1	0,16	30,6	6,0	1,2	0,88
свині	1,6	-	45,0	1,4	0,2	0,4	4,0	-	-	0,06	0,1	12,8	9,8	0,8	0,36

На основі розрахованих техніко-економічних коефіцієнтів рівнів виробничих ресурсів, що проектуються, складається розширена економіко-математична модель задачі.

Математична модель з прямокутним розташуванням інформації представляє собою звичайну таблицю з різними співвідношеннями значимих і нульових елементів (табл. 7).

Як видно з таблиці, розробка розширеної економіко-математичної моделі економічного процесу при заданих коефіцієнтах змінних і обсягах обмежень не є складною. Умови записуються у вигляді лінійних рівнянь чи нерівностей.

Перше обмеження по використанню площі ріллі запишемо наступним рівнянням:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12} \leq 8577.$$

Таблиця 7

Значимі і нульові елементи матричної таблиці

-	x_1	...	x_j	...	x_n	-
1	$a_{1.1}$...	a_{1j}	...	a_{nj}	b_1
...
i	a_{i1}	...	a_{ij}	...	a_{in}	b_i
...
m	a_{m1}	...	a_{mj}	...	a_{mn}	b_m
C	C_1	...	C_j	...	C_n	екстр.

Перше обмеження по використанню ріллі записується такою нерівністю:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12} \leq 8577$$

Це означає, що площа посівів, як видів діяльності не повинна перевищувати ресурсу ріллі в господарстві.

В розширеній моделі (табл. 8) в обмеженні 1, в кожній клітині проставляємо коефіцієнти при x_1, x_2, \dots, x_{12} – це 1. Таким же чином заповнюються обмеження по площі сінокосів (2), пасовищ (3), багаторічних насаджень (4). Обмеження по трудовим ресурсам (5) запишемо наступним рівнянням:

$$23,0x_1 + 22,6x_2 + 21,0x_3 + 22,0x_4 + 64,4x_5 + 55,2x_6 + \dots + 46,6x_{23} - \dots - x_{32} = 0.$$

Як видно з таблиці 8, записуємо тільки коефіцієнти, що характеризують витрати окремих видів трудових ресурсів на догляд 1 га посіву окремих сільськогосподарських культур чи 1 голову худоби.

Таким же чином записують і інші аналогічні економічні умови задачі.

Шукана змінна величина x_{25} позначає загальну вартість засобів виробництва які необхідні для здійснення економічного процесу. По видам діяльності поряд з x_j техніко-економічні коефіцієнти показують планову фондомісткість вирощування j -тої культури на 1 га посіву чи 1 голови j -того виду тварини. А знак (-) і коефіцієнт 1,0 забезпечує баланс цього ресурсу і цей зв'язок можна записати у вигляді рівняння:

$$2,8x_1 + 2,6x_2 + 2,6x_3 + \dots + 1,4x_{23} - x_{25} = 0.$$

Це означає, що господарство обмежено в можливостях залучення технологічних послуг з боку інших господарств або придбання засобів виробництва. В практиці частіше дають можливість в господарствах залучати додаткові засоби виробництва і зв'язок цей описується нерівністю:

$$2,8x_1 + 2,6x_2 + 2,6x_3 + \dots + 1,4x_{23} - x_{25} \geq 0.$$

Обмеження 7,8,9,10 описують витрати в еталонних гектарах роботи окремих видів техніки, а додаткові пошукові змінні x_{26} , x_{27} , x_{28} , x_{29} визначають потребу цих окремих засобів: гусеничних, колісних тракторів, автомобілів, комбайнів. При цьому техніко-економічні коефіцієнти при x_{26} , x_{27} є 760.0, 500.0 і т.д., зі знаком (-) для балансу, показують річний потенціал виробітку одиниці цього засобу виробництва. Наприклад, гусеничного трактора 760.0 еталонних га за рік з врахуванням його технічної готовності. Цей зв'язок записується (обмеження 7 гусеничні трактори) наступним чином у розширеній моделі:

$$14,2x_1 + 12,6x_2 + 12,8x_3 + \dots + 0,2x_{23} - 760,0x_{26} = 0$$

Сума добутку нормативів витрат еталонних га на 1 га на пошукову кількість посіву j -тої культури чи догляду j -тої голови худоби поділена на річний потенціал одного гусеничного трактора 700 еталонних га показує кількість гусеничних тракторів які необхідно мати в господарстві для здійснення економічного і технологічного процесу. Таким же чином визначається необхідна кількість інших видів техніки.

Фрагмент розширеної економіко-математичної моделі оптимальної структури виробництва агропромислового формування (птахофабрики)

№ обмежень	Змінні Обмеження	Одиниці виміру	Площі посіві												...	Поголів'я			Загальні витрати (всього)	Ост. зас. вир. (всього)	Трактори		Автом.	Комб.	Кількість			Тип обмежень	Обсяги обмежень	
			Озимі пшениці	Ячменя	Проса	Овса	Кукурудзи на зерно	технічних			Овочів	Картоплі	Соков. кормові			Дійні корови	ВРХ на відгодів	Свині			Гусен.	Колісн.			Механізат.	Тварин.гол	Полеводівг.			
								Соняшнику	Цукрового буряку	Ріпаку			Баштанні	Коренеплоди																
																														Механізат.
×	Одиниці виміру	×	га	га	га	га	га	га	га	га	га	га	га	...	гол	гол	гол	т.грн.	т.грн.	шт.	шт.	шт.	шт.	чол	чол	чол	×	×		
×	Позначення	×	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	...	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅	X ₂₆	X ₂₇	X ₂₈	X ₂₉	X ₃₀	X ₃₁	X ₃₂	×	×	
1.	Площа ріллі	га	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...														∧	8577	
2.	Площа сінокосів	га												...														∧	166	
3.	Площа пасовищ	га												...														∧	234	
4.	Багаторічні насад.	га												...														∧	22	
5.	Трудові ресурси (всього)	л-год	23.0	22.6	21.0	22.0	64.4	67.4	55.2	29.0	71.6	60.8	40.2	38.2	...	120.0	60.8	46.6								-1	-1	-1	=	0
	в т.ч. механізатори	-	20.8	20.6	18.6	19.8	21.9	22.6	28.6	22.2	22.8	24.6	26.0	26.2	...	2.8	2.0	1.6								-2440			=	0
	полеводи	-	2.2	2.0	2.4	2.2	42.6	44.8	26.6	1.8	48.8	36.2	14.2	12.0	...	-	-	-									-1460		=	0
	тваринники	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	...	117.2	58.8	45.0								-2440			=	0
6.	Засоби виробництва	т.грн.	2.8	2.6	2.6	2.4	3.6	3.8	3.4	1.8	2.2	2.4	1.6	1.6	...	2.6	2.2	1.4		-1									=	0
7.	Гусеничні трактори	ст. га	14.2	12.6	12.8	12.0	14.6	16.4	19.6	14.2	15.8	16.6	17.4	17.2	...	0.4	0.2	0.2			-760								=	0
8.	Колісні трактори	-	12.4	10.8	12.2	10.6	22.1	12.8	18.4	8.2	14.4	10.6	16.2	14.4	...	0.6	0.4	0.4				-500							=	0
9.	Автомобілі	т.км.	40.2	38.4	24.8	28.8	16.8	22.4	300.0	26.6	120.0	110.0	80.6	10.2	...	15.0	6.0	4.0					93700						=	0
10.	Зернові комбайни	га	1.0	1.0	1.0	1.0		1.0		1.0				...										-400				=	0	
11.	Мінеральні добрива	ц.д.р.	2.4	2.2	2.2	2.0	2.4	2.4	2.6	2.2	2.0	2.0	2.0	2.0	...														∧	
12.	Органічні добрива	т.	3.0	-	-	-	2.0	3.0	3.0	-	3.0	2.0	-	-	...														∧	
13.	Засоби зах. твар.і росл.	т.грн.	0.32	0.32	0.3	0.3	0.62	0.62	0.3	-	0.5	0.4	0.1	0.1	...	0.12	0.1	0.06											∧	
14.	Інші матеріали	т.грн.	0.48	0.4	0.38	0.36	0.48	0.44	0.22	0.13	0.62	0.6	0.2	0.2	...	0.24	0.16	0.1											∧	
15.	Корми (всього)	ц.к.од.	-6.4	-38.4	-28.0	-30.8	59.9	-6.1	-2.6	-6.4	-1.2	-2.2	-16.2	-21.6	...	32.4	30.6	12.8											=	0
	в т.ч. концентровані	-	-2.6	-34.2	-22.4	-28.6	-48.8	-4.2	-	-	-	-	-	-	...	6.2	6.0	9.8											=	0
16.	Грошові втрати (всього)	грн.	2100	2200	1700	1800	2600	2800	2200	1600	2100	7000	1400	1300	...	2800	1200	880	-1										=	0
	в т.ч. на оплату праці	грн.	340.0	300.0	320.0	310.0	580.0	620.0	840.0	300.0	860.0	680.0	440.0	480.0	...	1120.0	420.0	360.0	-0.22										=	0
17.	Реалізація:	-													...															
	- зерна	ц.	36.0												...														∨	10476
	- соняшнику	-						18.0							...														∨	1701
	- ріпаку	-								20.0					...														∨	2000
	- молока	-													...	32.0													∨	31980
	Максимум прибутку.	т.грн.	3234	3036	2210	2410	3848	3400	2620	2600	2280	2800	-	-	...	3720	1280	1000	-1										→	max
	Максимум тов.прод.	т.грн.	3234	3036	2210	2410	3848	3400	2620	2600	2280	2800	-	-	...	3720	1280	1000											→	max

Аналогічно в обмеженні 5 описується і визначається потреба в механізаторах, переводах, тваринниках (-2440) при x_{30} показує річний запас робочого часу механізатора чи тваринника.

Наприклад, обмеження по використанню робочого часу механізаторів записано:

$$20,8x_1 + 20,6x_2 + 18,6x_3 + \dots + 26,2x_{12} + \dots + 2,8x_{21} + 2,0x_{22} + 1,6x_{23} - 2440x_{32} = 0.$$

$20,8x_1$ – означає потребу витрат праці механізаторів на шукану площу посіву озимої пшениці, а $2,8x_{21}$ – означає потребу витрат праці механізаторів за рік на 1 голову шуканого поголів'я фуражних корів. Сума витрат праці механізаторів на шукані розмірами шуканих видів діяльності: $\sum_{i=1}^n r_{ij} x_j$, а коефіцієнт 2440 при x_{32} показує річний запас робочого часу одного механізатора. Діленням загальної суми витрат праці механізаторів на річний запас робочого часу механізатора визначаємо необхідну кількість механізаторів в господарстві по оптимальному плану:

$$\frac{\sum_{i=1}^n r_{ij} x_j}{2440x_{32}}$$

В окремих випадках на основі постійних коефіцієнтів можна розрахувати інші коефіцієнти. Наприклад, в обмеженнях по використанню кормів власного виробництва коефіцієнти кормової оцінки сільськогосподарських культур розраховують як здобуток кількості окремих видів кормів, отриманих з гектару посіву, на коефіцієнт вмісту споживчих речовин в кормах. Наприклад, при зборі врожаю ячменя стримують зерно як основну продукцію і солому як супутню продукцію. Зерно і солома є кормами. Якщо з 1 га посіву отримано 30ц. зерна ячменю і 26ц. соломи, вихід кормів з 1 га посіву ячменю і 26ц. соломи, вихід кормів з 1 га посіву ячменю складе: $30\text{ц.} \times 1,0 + 26\text{ц.} \times 0,12 = 33,12\text{ц.}$ кормових одиниць.

Для уникнення суб'єктивних рішень, щодо обчислення виходу кормових одиниць з 1 га посіву сільськогосподарських культур, доцільно розглянути

культури, продукція яких може бути використана в різному вигляді, як самостійну діяльність. Наприклад, озимі зернові висівають окремо на товарні і на кормові цілі. В розширеній моделі додаткові індекси вводяться з одним порядковим номером: x_1 – площа посіву озимої пшениці товарної, x_2 – площа посіву озимої пшениці фуражної і т.д., але супутня продукція товарного зерна, солома може бути використана як фураж і потребує відповідної оцінки.

В обмеженні (15) коефіцієнти при x_1 - x_{12} записані зі знаком (-), а при змінних x_{21} - x_{23} зі знаком (+).

В даному випадку (-) означає вихід кормових одиниць корму з 1 га посіву відповідної культури. Ці корми використовуються в господарстві, таким чином обмеження (15) записуються:

$$- 6,4x_1 - 38,4x_2 - \dots - 21,6x_{12} + 32,4x_{21} + \dots + 12,8x_{23} = 0.$$

Слід мати на увазі, що тваринництво в господарстві планується забезпечувати кормами власного виробництва. Коефіцієнти при x_{21} - x_{23} означають потреби кормів на утримання 1 голови фуражних кормів, ВРХ на відгодівлі, свиней.

За допомогою обмеження (17) вводяться в задачу результати маркетингової роботи. Це можуть бути договірні зобов'язання на гарантоване постачання сировини переробним підприємством, як ф'ючерсні зобов'язання на поставку зерна, коефіцієнт по зерну при x_1 показує планову врожайність озимої пшениці, а в стовпцю „Обсяги обмежень” 10476 ц. означає, що при інших різних обставинах в господарстві повинно бути вирощено не менше 10476 ц. товарного зерна озимої пшениці згідно до замовлення. А це значить, що посіви озимої пшениці в господарстві повинні бути не менше 300га (10476 : 36). Обмеження по молоку зобов'язує тримати в господарстві не менше 1000 (31 980) голів фуражних корів, які при річній продуктивності 3200 літрів на 1 корову забезпечать замовлення.

Обмеження 11-14 показують умови, що господарство в змозі забезпечити потреби виробництва в перелічених матеріалах в певних межах (не більш ніж в наявності).

В цільовій строчці робимо запис суми очікуваного прибутку чи вартості товарної продукції, що максимізуються. В даному випадку максимум вартості товарної продукції:

$$3234x_1 + 3036x_2 + 2210x_3 + \dots + 2800x_{12} + \dots + 3720x_{21} + \dots + 1000x_{23} \rightarrow \max$$

При цьому 3234 грн. при x_1 означає вартість товарного зерна з 1 га. посіву озимої пшениці без вартості 6,4ц. кормових одиниць побічної продукції (зерновідходів і соломи), вона визначається як добуток планової врожайності (ц) на ціну 1 ц товарного зерна (36*90). обмеження (15), а 3720 грн. при x_2 означає вартість молока, яке буде отримано на 1 фуражну корову за рік, 1000грн. при x_{23} – вартість живої маси однієї вирощеної за рік свині. Коефіцієнт – (-1) при x_{24} (загальні витрати) дає можливість визначити загальний прибуток по господарству; оскільки x_{24} є шукана величина всіх витрат в економічному процесі:

$$\sum_{i=1}^n C_{ij}x_j - x_{23} \rightarrow \max$$

3.3. Аналіз отриманих результатів вирішення задачі

Задача вирішувалась методом лінійного програмування.

Отримані результати вирішення задачі дозволяють зробити висновок про те, що в перспективі будуть досягнуті позитивні структурні зрушення у виробничо-фінансовій діяльності підприємства. Так, в оптимальному плані доказується доцільність структурних змін в посівних площах птахофабрики (табл. 9).

Питому вагу посівів зернових культур доцільно збільшити на 8,5%, а соняшнику – удвічі. При цьому значно скорочуються посіви кормових культур, майже на 800 га.

Склад і структура посівних площ птахофабрики

Площа посіву	Позначення змінних	Фактично в 2006-2010р.		По оптимальному плану	
		Посівна площа, га.	Структура, %	Посівна площа, га.	Структура, %
Озима пшениця	x_1	2 230	26,0	2 570	30,0
Кукурудза на зерно	x_5	1 200	14,0	1 500	17,5
Ячмінь	x_2	600	7,0	500	5,8
Просо	x_3	134	1,5	250	2,9
Овес	x_4	120	1,3	200	2,3
Соняшник	x_6	200	2,2	400	4,6
Цукровий буряк	x_7	320	3,4	150	1,7
Ріпак	x_8	410	4,6	500	5,8
Овочі	x_9	10	0,1	-	-
Картопля	x_{10}	6	0,06	-	-
Кормові, всього	x_{15}	3 347	39,84	2 507	29,4
Кормові баштанні	x_{11}	160	1,9	800	9,3
Кукурудза на силос	x_{12}	820	9,6	420	5,1
Однорічні трави	x_{13}	1 220	14,2	630	7,3
Багаторічні трави	x_{14}	1 147	14,14	657	7,7
Всього посівів	-	8 577	100	8577	100

За оптимальним планом найвищими темпами повинно розвиватись виробництво продукції тваринництва. Так, по молоку збільшення складатиме 17,1%, привісу свиней – 27,5%, виробництво яєць – 55,4%. Враховуючи спеціалізацію, що склалась у господарстві, а також валове виробництво продукції можна зробити висновок, що найбільш доцільно розвивати в господарстві поряд з птахівництвом і молочне скотарство (табл. 10). Корми власного виробництва та покупка комбикормів для птахівництва, згідно до оптимального плану, дозволяють підприємству на основі існуючих виробничих потужностей здійснити суттєве збільшення виробництва рослинницької і особливо продукції тваринництва як для власних потреб, так і для реалізації.

Виробництво окремих видів тваринницької продукції на птахофабриці

Види продукції	Фактичне виробництво в 2006-2010 рр. (ц.)	Виробництво по оптимальному плану (ц.)	Оптимальний план в % до факту
молоко	31 980	37 478	117,1
привіс ВРХ	3 211	3 813	118,7
привіс свиней	2 437	3 107	127,5
привіс птиці	7 408	7 436	100,3
Виробництво яєць (млн. шт.)	35,7	55,5	155,4

При цьому суттєво покращаться показники виробничо-фінансової діяльності (табл. 11).

Таблиця 11

Виробничо-фінансова діяльність птахофабрики по оптимальному плану

Види товарної продукції	Вартість продукції т. грн.	Витрати на виробництво т. грн.	Прибуток		Рентабельність, %
			тис. грн.	питома вага, %	
Зерно (товарне)	12 960,0	8 396,2	4 563,8	21,6	54,3
Соняшник	8 640,0	6 890,1	1 750,0	8,3	25,3
Ріпак	12 000,0	6 224,0	5 776,0	27,4	92,8
Молоко	8 245,0	7 894,9	351,0	1,7	4,4
Привіс ВРХ	953,2	907,8	46,0	0,2	5,0
Привіс свиней	621,0	438,6	183,0	0,9	41,8
Привіс птиці	16 359,2	13 838,6	2 521,0	11,9	18,2
Яйця	27 750,0	21 839,2	5 911,0	28,0	27,1
Всього	87 528,2	66 429,4	21 101,8	100	-

Так, виробництво ріпаку, при нині існуючих цінах, буде самим прибутковим в господарстві, його рентабельність перевищує 90%. Ріпак дає більше 27% прибутку по господарству. Це другий по значимості показник, після виробництва яєць. Їх рентабельність складає всього 27%, абсолютний прибуток майже в 6 млн. грн. Дохідною галуззю є виробництво зернових, рентабельність перевищує 50%, а прибуток по господарству перевищує 4 млн. грн. Оскільки майже 80% зерна реалізується на комбикормові заводи весь прибуток від його реалізації йде на придбання комбикормів.

3.4. Застосування базової економіко-математичної моделі структури виробництва в дипломному проектуванні

Розглянута модель оптимального плану розвитку сільськогосподарського підприємства може бути застосована в більшості тем дипломних робіт оскільки вона відображає як сам процес сільськогосподарського виробництва, так і можливі випадки агропромислової інтеграції (птахофабрика). Разом з тим, окремі теми дипломних робіт потребують внесення деяких змін в наведену базову модель оптимального розвитку господарства.

1. Теми дипломних робіт, які відображають облік і аналіз готової продукції окремих галузей або виробничих напрямків (зернової, овочевої продукції, продукції скотарства і вівчарства і т.д.), потребують деталізації шуканих величин x_i . Наприклад, дипломна робота акцентована на обліку виробництва зерна. В наведеному прикладі в системі змінних величин зернові введені:

x_1 – посіви озимої пшениці;

x_2 – посіви ячменю;

x_3 – просо;

x_4 – овес;

x_5 – кукурудза.

Доцільно зернові культури представити дещо детальніше з урахуванням напрямків використання зернової продукції:

x_1 – посіви озимої пшениці товарної;

x_2 – посіви озимої пшениці фуражної;

x_3 – посіви ярової пшениці товарної;

x_4 – посіви ярової пшениці фуражної;

x_5 – посіви озимого ячменю товарного;

x_6 – посіви озимого ячменю фуражного;

x_7 – посіви ярового ячменю;

x_8 – посіви овса;

x_9 – посіви проса;

x_{10} – посіви кукурудзи на зерно товарне;

x_{11} – посіви кукурудзи на зерно фуражне і т.д.

Така деталізація може бути стосовно технічних, кормових та овочевих культур. В тваринництві – стосовно видів діяльності, вікових груп тварин, видів продукції.

У випадках коли дипломна робота зорієнтована на обліку готової продукції в тваринництві, в приведеній моделі, наприклад, свиноводство представлено однією змінною x_{23} – поголів'я свиней. В цьому випадку краще змінними x_i по свиноводству представити не поголів'ям, а видами продукції – привіс, приплід і інші. В системі обмежень по видам продукції рослинництва і тваринництва доцільно ввести маркетингові заходи по гарантованим обсягам продажі продукції, а згідно і обсяги її виробництва по видам, та залучені для цього ресурси: земля, засоби виробництва, матеріально-грошові витрати на інше.

В якості критерію оптимізації доцільно застосовувати показники максимуму вартості виробленої продукції, максимум чистого доходу (різниця між вартістю продукції і витратами на її виробництво), максимум прибутку. Це дасть можливість вирішити задачу по різним критеріям і забезпечити ще більшу варіантність вирішення проблеми.

2. Теми дипломних робіт, які відображають облік і аналіз витрат окремих видів виробничо-ресурсного потенціалу (грошових витрат по видам, робочої сили, засобів виробництва, різних матеріалів, земельних ресурсів та іншого), потребують деталізації системи обмежень, тобто умов задачі. Наприклад, група обмежень по використанню трудових ресурсів може бути складена по категоріям працюючих, за фахом, за рівнем кваліфікації або по галузевому принципу. Тобто таких обмежень буде стільки скільки категорій працюючих включає A_2 :

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j - \sum_{i=1}^n a_i^{\Delta} = b_i (i \in A_2)$$

Аналітично можна деталізувати обмеження з грошових витрат по окремим статтям витрат на виробництво продукції. Це можуть бути витрати на оплату

праці, на придбання насіння, добрив інших матеріалів, оплата технологічних послуг обслуговуючих кооперативів, поточні ремонти, амортизацію та інші:

$$\sum_{j=1}^n u_{ij}x_j + u_{ik}x_k \leq b_i; (i \in A_3); (k \in K_i)$$

Деталізувати можна обмеження (умови) задачі з використання окремих засобів виробництва: тракторів по видам і маркам, автомобілів, комбайнів, технологічного обладнання в тваринництві, системи машин в складі агрегативання силових і робочих машин, тощо.

В якості критеріїв оптимізації вирішення задачі доцільно використовувати показники мінімізації витрат окремих видів виробничо-ресурсного потенціалу:

$$Z_{\min} = \sum_{j=1}^n t_{ij}x_j; (j = 1, 2, \dots, m) \text{ мінімум витрат трудових ресурсів;}$$

$$Z_{\min} = \sum_{j=1}^n u_{ij}x_j; (j = 1, 2, \dots, m) \text{ мінімум грошових витрат і інші.}$$

У всіх наведених прикладах базовою структурною і розширеною економіко-математичною моделлю є приведена і описана модель оптимізації плану розвитку підприємства.

3. Чимало магістерських робіт пов'язано з об'єктами досліджень, які є переробниками сільськогосподарської продукції. Важливого значення тут набуває питання формування сировинних зон переробних підприємств. Ця проблема досить актуальна, оскільки зачіпляє проблеми як переробних підприємств в їх намаганнях забезпечити безперебійну роботу підприємства і максимальне завантаження виробничих потужностей, так і виробників сільськогосподарської продукції, яким гарантується її реалізація за заздалегідь обумовленою ціною.

Оптимізація сировинної зони переробки підприємств дозволяє суттєво знизити собівартість кінцевої продукції, яка може успішно витримати цінову конкуренцію на ринку. Це зниження собівартості забезпечення зменшенням транспортних витрат на перевезенні сировини.

В цьому випадку доцільно застосувати блочно-діагональне розташування інформації (стор. 12, рис.1), де кожний блок представлено окремим господарством постачальником сировини. Зв'язуючий блок представляє переробне підприємство. Основними змінними в блоках є перелік видів сільськогосподарської продукції, яка є сировиною для переробного підприємства. Це можуть бути шукані площі посіву сільськогосподарських культур, поголів'я окремих видів тварин або конкретна кількість продукції. В якості обмежень (умов) задачі виступають основні виробничі ресурси: земля, засоби виробництва, трудові ресурси, матеріально-грошові витрати та інше і обов'язково відстань перевезень сировини, вартість перевезень, собівартість і закупівельна ціна одиниці продукції переробки.

У зв'язуючому блоці проставляються в якості шуканих змінних величин перелік продукції кожного господарства виробника сировини. В якості обмежень виступають обсяги поставок сировини кожним господарством (техніко-економічні коефіцієнти: планова врожайність сільськогосподарських культур, чи річну продуктивність худоби). Обсяги обмежень характеризують виробничу потужність переробного підприємства.

Критерієм оптимальності можуть бути показники вартісні: максимум вартості кінцевої продукції, прибутку, мінімум загальних витрат на виробництво кінцевої продукції; натуральні: завантаженість технологічного обладнання, трудомісткість та інші.

При виборі того чи іншого методу моделювання економічного процесу слід враховувати поставлену мету дипломної роботи і коло задач, які треба вирішити для досягнення мети. Треба враховувати наявність і доступність в достатній кількості інформації і її достовірність.

Результати вирішення економіко-математичних чи економіко-статистичних задач повинні бути обґрунтуванням висновків і пропозицій щодо удосконалення обліку та використання ресурсів, продукції, тощо та поліпшення фінансового стану підприємства, як об'єкта дослідження.

Питання для самопідготовки

1. Сформулюйте особливості економічного процесу аграрного виробництва як об'єкта моделювання.
2. Які оптимізаційні моделі в галузі сільського господарства Ви знаєте?
3. Чому використання традиційних методів аналізу не дозволяє уникнути суб'єктивізму у визначенні оптимальної структури виробництва?
4. Що слід розуміти під структурою виробництва підприємства?
5. Що слід розуміти під оптимальною структурою виробництва?
6. Які основні умови успішного вирішення економіко-математичної задачі?
7. Які внутрішні та зовнішні умови враховуються при моделюванні спеціалізації аграрних підприємств?
8. Які умови задачі характеризують виробничі ресурси підприємства, які показники їх відображають?
9. Які умови враховуються при оптимізації структури виробництва в сільськогосподарському підприємстві?
10. Від чого залежить перелік показників, які треба оптимізувати?
11. Що слід розуміти під техніко-економічними коефіцієнтами і планово-нормативною інформацією?
12. Як розраховуються техніко-економічні показники (коефіцієнти) при моделюванні оптимальної структури виробництва в сільськогосподарському підприємстві?
13. Дайте тлумачення запису $(Q_{ij}X_j)$?
14. Охарактеризуйте основні обмеження задачі оптимізації структури виробництва.
15. Як за допомогою основних обмежень по використанню ресурсів можна визначити їх кількість по категоріям працівників?
16. Охарактеризуйте основні обмеження задачі по витратам матеріальних ресурсів.

17. Охарактеризуйте основні види обмежень задачі по витратам засобів виробництва .
18. Які показники доцільно використовувати в якості критеріїв оптимізації?
19. Як записується цільова установка по максимуму вартості товарної продукції?
20. Як записується цільова установка по максимуму прибутку?
21. Як записується цільова установка по мінімуму використання трудових ресурсів?
22. Як записується цільова установка по мінімуму витрат земельних ресурсів?
23. Як визначається планова кількість необхідних для здійснення економічного процесу автомобілів?
24. Сформулюйте постановку та побудуйте схематичну структуру математичної моделі формування сировинної зони переробних підприємств.
25. Побудуйте схематичну розширену економіко-математичну модель формування сировинної зони переробних підприємств.

Тести до теми 3

1. Структурна економіко-математична модель потребує необхідну інформацію про:
 - а) економічний стан підприємства;
 - б) наявність і рівень використання окремих видів виробничо-ресурсного потенціалу;
 - в) теорію математичної інтерпретації зв'язків; залежностей між показниками і факторами;
 - г) можливість запису окремих обмежень або їх системи;
 - д) кінцеву мету поставлену в задачі.
- Вкажіть один або декілька, на Вашу думку правильні відповіді.

2. Розширена економіко-математична модель потребує необхідну інформацію про:

а) економічний стан підприємства;

б) звітна інформація наявності і планово-нормативне використання окремих видів виробничо-ресурсного потенціалу;

в) планові показники врожайності сільськогосподарських культур та продуктивності тварин;

г) теорію математичної інтерпретації зв'язків і залежностей між показниками і факторами та можливість запису окремих обмежень у вигляді рівнянь і нерівностей;

д) фінансові результати окремих видів діяльності.

Вкажіть один або декілька правильних відповідей.

3. Оптимальна структура виробництва передбачає:

а) співвідношення галузей тваринництва, рослинництва і інших видів діяльності, яке забезпечує раціональне використання головного засобу виробництва – землі;

б) співвідношення функціонування окремих галузей або окремих видів діяльності окремих галузей сільського господарства, яке забезпечує найвище значення критеріальної оцінки діяльності підприємства;

в) чітку організацію використання виробничо-ресурсного потенціалу;

г) раціональне використання внутрішніх і зовнішніх факторів господарської діяльності, що забезпечує високий рівень ефективності виробництва;

д) отримання максимуму прибутку.

Вкажіть пункт, який найбільш повну дає відповідь.

4. Чим ускладнений процес визначення оптимізації виробничої програми?

а) особливостями планування сільськогосподарського виробництва;

б) попитом на сільськогосподарську продукцію і її пропозицією;

в) високим рівнем диверсифікації продукції;

- г) непередбаченістю можливої виробничої диверсифікації;
- д) низьким рівнем технічного оснащення сільськогосподарських підприємств;
- е) наявністю великої кількості факторів, що впливають на виробничий процес;
- ж) наявністю великої кількості варіантів галузевої структури;
- з) сезонним характером використання трудових ресурсів;
- к) не співпаданням робочого періоду і періоду виробництва;
- л) нееластичністю попиту на сільськогосподарську продукцію;
- м) біологічними особливостями живих організмів (рослин і тварин).

Вкажіть три правильні повні відповіді.

5. Постановку економіко-математичної задачі починають з:

- а) економічного аналізу господарської діяльності підприємства;
- б) визначення переліку показників які треба оптимізувати;
- в) визначення видів продукції на яку найвищий попит на ринку;
- г) визначення показників врожайності рослин і продуктивності тварин;
- д) вибору критеріальної оцінки задачі.

6. Доповніть речення „Пошукові змінні величини (x_j) відображають і складають оптимальну структуру виробництва.

а) „ основні види діяльності підприємства”

б) „ основні види діяльності та потребу підприємства в окремих ресурсах”

в) „ посівні площі окремих сільськогосподарських культур, поголів'я окремих видів худоби і птиці та наявність ресурсів щоб здійснювати процес виробництва”

г) „ ... основні види продукції рослинництва і тваринництва”

д) „ ... умову задачі, вимоги до вирішення задачі ...”

7. Обмеження по використанню земельних ресурсів відображає:

- а) їх баланс;
- б) необхідність оренди землі для виконання планових зобов'язань;
- в) їх фактичну і планову структуру;
- г) структуру посівних площ;
- д) наявність даного ресурсу в господарстві і його вплив на обсяги виробництва продукції.

8. Чим відрізняється економіко-математична модель від структурної?

- а) інформацією, яка необхідна для їх розробки;
- б) переліком і індексацією змінних шуканих величин;
- в) формою запису окремих обмежень;
- г) формою запису цільової функції;
- д) постановкою задачі.

9. Як визначити надлишок чи додаткову потребу в окремих ресурсах за допомогою вирішення економіко-математичної задачі?

а) підрахувати суму здобутку техніко-економічного коефіцієнту певного ресурсу на шукану змінну величину і цю суму порівняти з наявністю цього ресурсу в господарстві;

б) поділити суму здобутку техніко-економічного коефіцієнту певного ресурсу на шукану змінну величину (x_j) на оптимальну площу посівів ($\sum_{j=1}^n x_j$) і отриманий результат порівняти з нормативом;

в) порівняти норматив витрати певного ресурсу на (x_j) вид діяльності з розрахованим техніко-економічним коефіцієнтом.

10. Виберіть 3 приведених критеріїв оптимізації найбільш прийнятих для наступних випадків:

Перелік критеріїв оптимізації:

- а) \min приведених витрат;
- б) \min витрат живої праці;

- в) міні фондомісткості;
- г) міні матеріаломісткості;
- д) міні праці використання землі;
- е) максимум прибутку;
- ж) максимум вартості продукції;
- з) максимум вартості товарної продукції;
- к) максимум валового доходу;
- л) максимум показника виконання договірних зобов'язань.

Випадки:

I. В дипломній роботі досліджується облік і аналіз результатів виробництва готової продукції окремих галузей або виробничих напрямків.

II. В роботі досліджуються питання обліку наявності та використання окремих ресурсів (трудових, засобів виробництва землі і т.д.);

III. В роботі досліджуються питання обліку доходів;

IV. В роботі досліджуються питання обліку витрат на виробництво і собівартість продукції;

V. В роботі досліджуються питання обліку фінансових результатів діяльності підприємства.

Практичні завдання

Умови задачі:

В сільськогосподарському виробничому кооперативі земельні ресурси складають 560 га, з них ріллі – 500 га. Членами кооперативу є 10 селян, з яких 4 механізатори. До складу кооперованого майна увійшли 4 трактори. Матеріально-трудова запаси складають 1450000 грн.

Річний запас робочого часу 1 працівника – 250 людино-днів, робочий день - 7 годин. З урахуванням рівня технічної готовності, потенціал річної виробітки на 1 трактор складає 1000 етап. га.

Планово-нормативна інформація наступна:

Назва культури	Урожайність ц/га	Матеріально-грошові витрати на 1 га, грн.	Витрати праці на 1 ц. людино-годин		Ціна реалізації 1 ц. грн.	Витрати ет. га на 1 га посіву
			механіз.	інших працівник		
Зерно пшениці	40	5000	1,6	0,8	180,0	12,4
Соняшник	20	5600	2,8	1,6	310,0	12,8
Зерно кукурудзи	55	6200	2,6	1,6	160,0	22,0
Цукровий буряк	300	6400	2,4	2,2	28,0	18,4
Овочі	150	8000	2,2	3,2	96,0	14,4

Визначити оптимальний план структури посів окремих сільськогосподарських культур, який дасть можливість досягти:

- а) максимуму вартості продукції;
- б) максимум прибутку;
- в) мінімум матеріально-грошових витрат.

При умові обов'язкової реалізації пшениці 250 т., соняшнику 100 т., овочів 200 т.

Позначення:

X_j – шукана площа посівів j -тої культури;

Q_i - техніко-економічний коефіцієнт витрат i -того виду ресурсів на 1 га посіву j -тої культури;

C_j – ціна 1 ц. j -тої культури;

A_i – вид i -того ресурсу;

Q_i – обсяги реалізації i ютого виду продукції.

Користуючись викладеними умовами задачі:

1. Запишіть структурну модель економіко-математичної задачі;
2. Складіть структурне і розгорнуте обмеження по використанню земельних ресурсів:

- а) у вигляді рівняння;
- б) у вигляді нерівності.

3. Складіть структурне і розгорнуте обмеження по використанню трудових ресурсів по господарству, а також по окремим категоріям працівників.

4. Складіть структурне і розгорнуте обмеження по використанню матеріально-грошових ресурсів:

- а) у вигляді нерівності;
- б) у вигляді рівняння.

5. Складіть структурну і розгорнуту цільову функцію задачі:

- а) максимуму вартості продукції;
- б) максимуму прибутку;
- в) мінімуму матеріально-грошових витрат.

6. Як записати в обмеженні потребу наявності в господарстві ресурсів, необхідних для здійснення економічного процесу:

- а) робочого часу некваліфікованих працівників;
- б) матеріально-грошових ресурсів.

7. Що треба знати і як вчислити необхідну кількість тракторів в господарстві для здійснення виробничого процесу?

8. Складіть і запишіть розгорнуте обмеження по умовам реалізації:

- а) пшениці;
- б) соняшнику;
- в) овочів.

9. Складіть симплексну таблицю і розрахуйте її наступними етапами відносно допоміжних змінних:

I. Визначити розрахунковий стовпець і дати йому економічну інтерпретацію;

II. Визначити розрішаючи строчку і дати їй економічну інтерпретацію;

III. Перерахувати перший крок вирішення задачі і дати економічний коментар;

IV. Прорахувати інші кроки і дати економічний коментар останньому.

10. Вирішіть задачу за трьома запропонованими критеріями оптимізації.

11. Вирішіть задачу на ПЕВМ за трьома варіантами критерію оптимізації і порівняйте отримані результати з результатами вирішень в ручному режимі.

Тема 4. Застосування економіко-статистичного моделювання в дипломних дослідженнях

4.1. Проведення аналізу результативної змінної та факторів, що впливають на її значення. Отримання статистичних даних і їх обробка.

4.2. Визначення математичної інтерпретації залежних і незалежних змінних. Вирішення задачі.

4.3. Статистична і економічна оцінка моделі.

4.4. Економічна інтерпретація робочого рівняння і його застосування в практичних розрахунках.

Ключові терміни і поняття: *економіко-статистичне моделювання, кореляційний аналіз, регресійний аналіз, математична інтерпретація, економічна інтерпретація, результативні показники, змінні величини, коефіцієнт множинної кореляції, коефіцієнт детермінації, коефіцієнти регресії, F- критерій.*

4.1. Проведення аналізу результативної змінної та факторів, що впливають на її значення. Отримання статистичних даних і їх обробка

В дипломному дослідженні передбачується метою одна із задач достатньо повного системного аналізу сільськогосподарського виробництва, в тому числі його факторного аналізу, який ґрунтується на методах математичної статистики.

Кореляційний і регресивний аналіз використовують при вивченні взаємозв'язків явищ і тенденцій, тобто при визначенні ступеню впливу різноманітних факторів на результативний показник і конкретизації кількісного впливу на нього того чи іншого фактора або всієї їх сукупності. При обґрунтуванні системи зв'язків і залежностей результативних показників (Y) і факторами (X_i), що на них впливають слід провести наступні заходи:

1. Визначитись, який показник буде результативним, на скільки він є одним із основних в дипломному дослідженні. Наприклад, при вивченні витрат на оплату праці результативним скоріше за все буде продуктивність праці, а

оплата праці буде фактором, що стимулює продуктивність; при вивченні питань обліку витрат на виробництво результативним буде показник собівартості одиниці продукції; при вивченні питань обліку фінансових результатів результативним можна обрати прибуток на одиницю виробничої потужності (100 га сільськогосподарських угідь); при вивченні питань обліку і використання окремих елементів виробничого потенціалу результативними показниками можуть бути: вартість валової чи товарної продукції на 100 га певних видів сільськогосподарських угідь, фондвіддача і інші.

2. Відібрати основні фактори, що впливають на результативний показник.

В якості незалежних змінних величин (факторів x_i) відбирають ті, які прямо чи опосередковано впливають на результативний показник. Для того щоб відібрати ці показники слід провести їх детальний аналіз. Найбільш поширеним методом такого аналізу, що дає можливість визначити суттєвість впливу є метод групувань. За його допомогою здійснюють відбір найбільш суттєвих факторів.

Перед перевіркою на суттєвість проводять логічний аналіз економічного процесу. Логічний аналіз потребує глибоких знань технологічних процесів, методик визначення результативних показників, джерел інформації для їх обчислень. Наприклад, за результативний показник взято собівартість одиниці продукції, основні статті витрат будуть і основними факторами. А ще що впливає на показник собівартості? Урожайність, оскільки собівартість визначається діленням загальної суми витрат на 1 га посіву на урожайність певної культури з 1 га посіву. В свою чергу має місце низка факторів, що впливають на урожайність, їх теж можна враховувати, як таких, що впливають на результативний показник опосередковано.

Важливим джерелом для відбору фактора впливу (x_i) можуть бути статистичні групування, досвід проведення аналогічних досліджень в літературних джерелах.

3. Після визначення результативного показника (y) і основних факторів (x_i) їх чітко виписують, наприклад:

y – вартість валової продукції в розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.;

x_1 – фондозабезпеченість (вартість основних засобів виробництва на 100 га сільськогосподарських угідь), тис. грн.;

x_2 – грошові витрати на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.;

x_3 – витрати матеріалів на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.;

x_4 – витрати праці на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. людино-годин;

x_5 – бал економічної оцінки землі;

x_6 – кредиторська заборгованість на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.;

x_7 – дебіторська заборгованість на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.

Вирішення подібних задач допускає різні одиниці виміру як результативного показника, так і окремого фактора. Після здійснюється збір і первинна обробка інформації, яку зводять в наступну табл.12.

Таблиця 12

Вихідні дані для кореляційного аналізу вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь

Назва об'єкту дослідження (господарства)	y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1. СВК „Дружба”	116,9	436,2	81,1	89,4	3,1	77,4	6,8	4,1
2. СВК „Світанок”	109,8	238,2	88,2	104,0	5,7	81,2	6,9	30,4
3. ФГ „Зоря”	111,1	146,4	88,6	75,1	3,2	115,9	1,0	17,1
.....
п. ТОВ „Прогрес”	84,5	309,6	145,3	155,6	5,1	115,2	10,7	2,5
В середньому на 1 господарство	104,8	321,4	102,6	98,8	5,4	96,6	5,8	6,2

Кількість спостережень (n) повинна бути не менше 30-35, що забезпечує репрезентативність вибірки, яка в свою чергу забезпечить достовірність отриманих результатів вирішення задачі. Об'єкти спостережень повинні бути подібними по спеціалізації та за розмірами виробничо-ресурсного потенціалу. Часто це викликає труднощі при визначенні необхідної кількості спостережень

в окремому адміністративному районі чи певному регіоні. Набрати необхідну кількість спостережень в окремому адміністративному районі чи певному регіоні. Набрати необхідну кількість спостережень в одному адміністративному районі можна використовуючи підхід „господарство-рік”, де за 5 років по одному господарству можна отримати 5 спостережень, а по шести господарствам - 30. Це є достатньо позитивним, оскільки дає змогу запобігти випадковості отримати інформацію в сприятливий чи несприятливий за кліматичними умовами рік, це по-перше, і по-друге, застосування підходу „господарство-рік” в підборі інформації дозволить заздалегідь запобігти виникненню явища автокореляції коли окремі фактори (x_i) виступають як результативний показник (y).

Візуальний аналіз вихідних даних таблиці дає можливість виявити випадки недостовірної інформації. Наприклад, ми бачимо, що значення фактору x_n – витрати праці на 100 га сільськогосподарських угідь в n -ному господарстві складають 5,1 тис. людино-годин, а в десятки разів більше. Цей факт потребує перевірки інформації n -ного господарства. Подібне може трапитись з різними факторами і навіть з результативним показником.

4.2. Визначення математичної інтерпретації залежних і незалежних змінних. Вирішення задачі

Після здійснення цього аналізу приступають до встановлення форми залежності між показником вартості валової продукції (y) від тих семи факторів, що відібрано і по ним представлена інформація. Опираючись на інформацію, викладену в темі 2, п. 2.4. ми можемо визначитись яка форма залежності між нашими показниками y і x_i буде найбільш придатною. Для цього можна за допомогою ЕОМ прорахувати різні варіанти задачі: по багаточлену першого ступеню

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2^2 + \dots + a_nx_n^2; \text{ по квадратичній функції}$$

$$y = a_0 + a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \dots + a_nx_n^2; \text{ по гіперболічній функції}$$

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_n}{x_n} \text{ чи по ступеневій функції.}$$

І після їх детального математичного аналізу визначитись в найбільш сприйнятливій формі залежності. Таку ж процедуру можна здійснити графічним методом. Для цього слід побудувати полігон розподілу функцій (залежності y від відповідного x_i). У нас вийде сім таких полігонів (сім факторів). Наприклад, перший полігон розподілу функцій y нас буде залежності показника вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь (y) від фондозабезпеченості (x_1). Приклад такого розподілу наведено в темі 2 п. 2.4. У нашому випадку фрагмент розподілу функції буде таким.

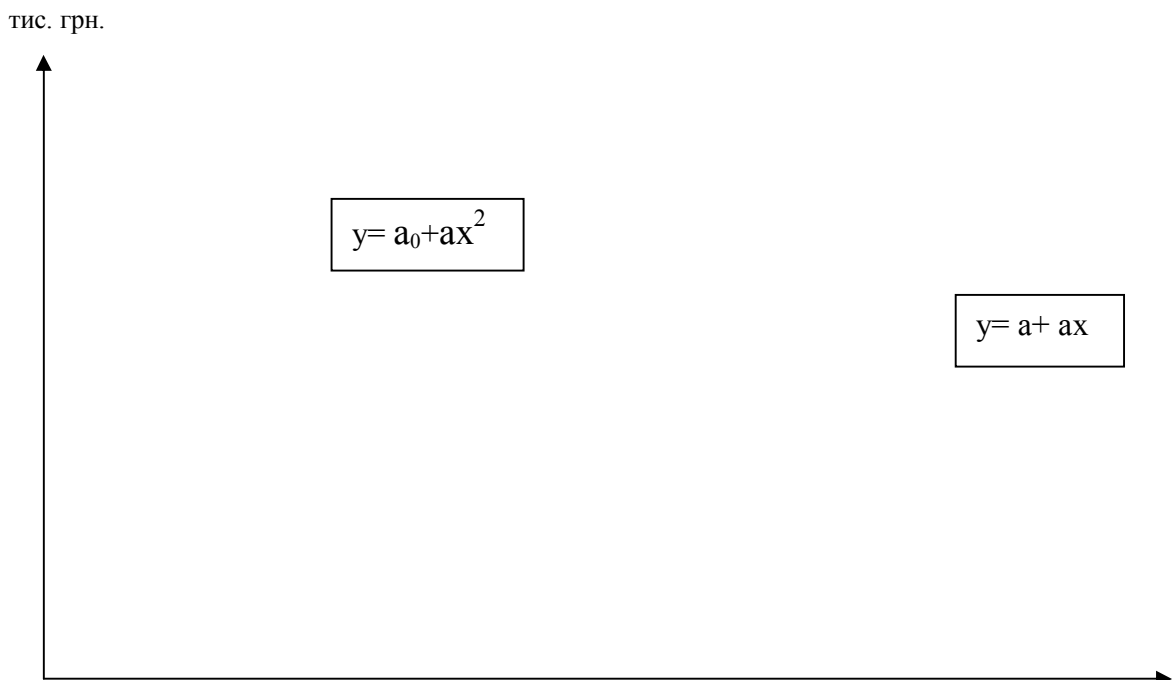


Рис. 4 – Полігон розподілу функцій залежності ВП на 100 га сільськогосподарських угідь від фондозабезпеченості господарства.

Скористуємося наступною інформацією для побудови графіка функціональної залежності.

№ госпо- дарства	1	2	3	4	5	6	7	8	n	n+1
y	116,9	106,4	97,4	111,11	125,4	109,8	95,3	122,2	84,5	104,8
x_1	436,2	453,9	472,9	461,9	352,4	238,2	230,0	257,3	309,6	321,4
x_2	81,1	89,7	81,4	104,8	122,4	88,2	81,7	63,0	195,3	102,6
.....
n	4,1	4,2	4,5	4,3	12,5	30,4	40,7	35,2	10,7	6,2

На рис. відображені точки (координати) співвідношення результативного показника (y) і факторів (x_i). Видно зони розташування цих точок відносно x_1 , x_2 , x_n . Тепер постає питання яка лінія найбільш чітко може описати цю багатофакторну залежність (див. тема 2 п. 2.4.) щоб сума квадратів відстаней від кожної точки до графіка лінії була найменшою (спосіб найменших квадратів). Лінія параболи $y = a + ax^2$ перетне зону точок x_2 , лінія гіперболи $y = a + \frac{a}{x}$ скоріше за все перетинає частково зони x_n та x_2 , лінія графіка показової функції $y = a + x^b$ перетне в певній мірі точки зон x_2 і x_1 . І тільки графік прямої лінії $y = a_0 + a_1x_1$ перетинає всі три зони розташування точок. Таким чином, ми графічно визначили, що між показником вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь (y) і врахованими в задачі факторами існує прямолінійна форма залежності, яку математично можна інтерпретувати наступним рівнянням:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7$$

Вирішення задачі здійснюється по окремим крокам. Результати першого кроку вирішують можливість проаналізувати і перевірити на суттєвість отриманого результату. Це значить:

а) проаналізувати матрицю парних коефіцієнтів кореляції з метою виявлення явища мультиколеніарності. Це коли різні фактори (x_i) взаємодублюють один одного;

б) проаналізувати і дати економічну інтерпретацію множинного коефіцієнта кореляції (R) (див. додаток, позицію „Множеств”) та коефіцієнтів множинної детермінації „ R – квадрат”, розділ „Регрессионная статистика”;

в) проаналізувати значимість і дати економічну інтерпретацію коефіцієнтів множинної кореляції (a_i) (див. додаток, позиції „Переменн” по горизонталі і „коефіцієнт” по вертикалі, розділ „Дисперсионный анализ”;

г) проаналізувати показники t_i – критерію при факторах (x_i), див. додаток, позиція „Статистика” по вертикалі при кожній із „Переменных” x_1, x_2 і т. д.;

д) проаналізувати шляхом порівняння табличного (нормативного) і фактичного значення критерію Фішера (F-критерію), який дає узагальнену оцінку достовірності отриманих параметрів робочого рівняння виробничої функції, які можна використовувати як методика, інструментарій практичних розрахунків. Значення F-критерію розрахованого знаходимо в роз'язку в таблиці вирішення задачі в розділі „Дисперсионный анализ” по строчці „Регрессия” и стовпцю „F”, кількість кроків вирішення задачі може бути різною і вона залежить від якості і продуманості відібраних результативного показника та факторів впливу, уміння дослідника передбачити можливі негативні або недостатні значення отриманих параметрів задачі і їх оцінки.

4.3. Статистична і економічна оцінка моделі

Результати покрокового вирішення задачі можна звести в наступну табл. 13.

В таблиці 13 представлені основні показники, що характеризують якість економіко-статистичної моделі. Так, коефіцієнти регресії Q_i показують кількісну міру впливу окремого фактора x_i на результативний показник, коефіцієнт множинної кореляції R показує тісноту зв'язку між сукупністю факторів x_i і результативним показником, коефіцієнт детермінації помножений на 100 показує на скільки відсотків задіяні в задачі фактори x_i впливають на результативний показник, t -критерії показують достовірність кількісної міри (a_i) впливу фактора (x_i) на результативний показник. y - результативний показник – це значення синергетичного ефекту взаємодії всіх факторів (об'єктивних, суб'єктивних, врахованих і неврахованих в задачі). Вільний член регресії Q_1 в даному випадку не має економічного зиску і служить певною величиною для розрахунків.

Результати вирішення задачі

№	Показники	Позначення	Кроки вирішення			
			I	II	n
1	Середнє значення результативного показника	y	106,4	106,4	106,4
2	Значення вільного члена регресії	a ₀	80,803	48,5389	41,6233
3	Значення коефіцієнтів регресії при x _i	a ₁	0,0029	0,0034	0,0038
		a ₂	0,6312	0,5534	0,4486
		a ₃	0,0908	0,1036	0,1287
		a ₄	-1,4115	-1,1833	-1,0340
		a ₅	-0,3256	-0,1385	-
		a ₆	-1,9125	-	-
		a ₇	0,2628	0,4610	0,5026
4	Значення коефіцієнту множинної кореляції	R	0,7219	0,6271	0,6246
5	Значення коефіцієнту множинної детермінації (R ²)	Д	0,5211	0,3932	0,3901
6	Значення t-критеріїв при a _i	t ₁	0,3893	0,4225	0,4911
		t ₂	1,8344	1,4641	1,9146
		t ₃	0,3994	0,4134	0,5442
		t ₄	-0,7188	-0,5470	-0,4955
		t ₅	-0,9065	-0,3572	-
		t ₆	-2,5321	-	-
		t ₇	0,5291	0,8523	0,9679
7	Табличне значення F-критерію	F _T	2,44	2,44	2,44
8	Розрахункове значення F-критерію	F _p	3,73	2,70	3,32

Аналізуючи показники результатів першого кроку вирішення задачі видно, що коефіцієнти регресії Q_4 , Q_5 , Q_6 при відповідних факторах x_i – від’ємні. А це значить: збільшення витрат праці на 100 га сільськогосподарських угідь на 1 тис. людино-годин призводить до зменшення результативного показника на 1411 грн. На перший погляд, така ситуація є протиріччям економічній логіці. З іншого боку це можна пояснити низьким рівнем механізації праці і подальше використання живої некваліфікованої праці недоцільне. Значить треба скорочувати витрати такої праці;

- підвищення балу економічної оцінки землі на 1 бал призводить до зменшення результативного показника на 325 грн. Це дійсно є протиріччям економічній логіці;

- збільшення кредиторської заборгованості на 1 тис. грн. у розрахунку на 100 га призводить до зменшення вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь на 1,912 грн. Сказати, що це не логічно не можна. Борг треба обслуговувати, а це додаткові витрати.

Всі інші коефіцієнти регресії при відповідних факторах x_i вказують на позитивну залежність результативного показника від них.

t-критерії підтверджують попередній аналіз. Значення t-критерію при a_6 (-2,5321) характеризує негативну значимість кредиторської заборгованості, яка майже на 2000 грн. зменшує результативний показник. З цієї причини фактор x_6 – кредиторська заборгованість з подальшого вирішення задачі виключається.

Інші показники якості розробленої моделі достатньо значимі: коефіцієнт множинної кореляції $R=0,7219$ показує, що між результативним показником (y) вартості валової продукції і врахованим в задачі факторами існує сильний зв’язок і ці фактори на 52,1 % забезпечують його зміну. Розрахований F-критерій значно перевищує його табличне значення, що свідчить про достовірність розробленої економіко-статистичної моделі. Виняток складає негативний і значимий вплив фактора кредиторської заборгованості (x_6). Варіант задачі можна покращити шляхом виведення з умов фактора x_6 .

Як видно з таблиці (другий крок вирішення), лишилось 2 коефіцієнти регресії a_4 і a_5 при відповідних факторах (x_i) – від’ємними. При цьому, значимість їх суттєво зменшилась: a_4 з (-1,4115) до (-1,1833) і a_5 з (-0,3256) до (-0,1385). Якщо від’ємне значення a_4 при факторі витрат праці на 100 га сільськогосподарських угідь можна порівняти і відповідним чином відреагувати, то від’ємне значення коефіцієнта регресії при факторі x_5 – бал економічної оцінки землі є протиріччям економічній логіці. Цей фактор доцільно з подальшого вирішення задачі виключити.

Вирішення задачі третього кроку дало наступні результати. Проявились чітко ознаки асиміляційного процесу між факторами, що враховані в задачі. Так, суттєво зросла кількісна міра впливу на результативний показник (y) фактора x_3 – матеріальних витрат на 100 га сільськогосподарських угідь, тобто віддача оборотних коштів, що дуже важливо для аграрного сектору, от віддача 1000 грошових витрат (a_2) зменшилась до 448 грн. в порівнянні з першим кроком – 631 грн. Майже на третину зменшився негативний вплив надмірних витрат живої праці на 100 га сільськогосподарських угідь з 1411 грн. (I крок) до 1034 грн. (III крок).

Коефіцієнт множинної кореляції дещо знизився, але свідчить про досить тісний зв’язок між показником вартості валової продукції в розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь і 5 основними факторами, що залишились (x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_7). Значимість і достовірність цих факторів підтверджують відповідні значення t -критеріїв, а розрахункове значення $F_p=3,32$ суттєво перевищує табличне і свідчить, що результати вирішення задачі носять реальний характер і можуть бути використані у практичних розрахунках. Таким чином, нами отримано наступне рівняння виробничої продукції:

$$y = 41,6233 + 0,0038 x_1 + 0,4486 x_2 + 0,1287 x_3 - 1,0340 x_4 + 0,5026 x_7$$

4.4. Економічна інтерпретація робочого рівняння і його застосування в практичних розрахунках

Економічна інтерпретація робочого рівняння заключається в тому, що збільшення будь-якого і врахованих в задачі факторів (x_i) на одиницю виміру призведе до змінення результативного показника y – вартість валової продукції на 100 га с.-г. угідь на величину коефіцієнта регресії a_i при відповідному факторі. Так, збільшення x_3 – матеріальних витрат в розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь на 1000 грн. призведе до збільшення вартості валової на 100 га сільськогосподарських угідь на 1287 грн., а збільшення x_4 – витрат праці на 100 га сільськогосподарських угідь на 1000 людино-годин зумовить зменшення результативного показника y на 1034 грн. і т. д.

За допомогою отриманого робочого рівняння виробничої функції розраховуємо теоретичні рівні вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь. Оскільки необхідна інформація для вирішення задачі була взята по 7 господарствам за 5 останніх роки слід розрахувати середні значення y та x_i за 5 років.

Таблиця 14

Вхідна інформація для визначення впливу факторів на вартість валової продукції за 2007-2011 роки

Назва господарства	ВП на 100 га сільськогосподарських угідь, т. грн.	x_1 Фондозабезпеченість, т. грн.	x_2 Грошові витрати на 100 грн. сільськогосподарських угідь, т. грн.	x_3 Матеріальні витрати на 100 га сільськогосподарських угідь, т. грн.	x_4 Витрати праці на 100 га сільськогосподарських угідь, т. люд.год.	x_7 Дебіторська заборгованість на 100 га сільськогосподарських угідь, т. грн.
1	11,5	515,5	95,2	100,4	4,02	5,9
2	96,7	214,2	77,4	92,4	4,8	33,8
3	84,0	239,8	110,8	111,8	4,6	8,3
4	170,8	415,0	190,2	176,8	6,0	6,5
5	96,9	335,6	125,8	129,2	12,1	5,7
6	72,8	233,6	63,2	67,4	6,2	6,4
7	96,5	235,5	110,6	117,8	4,8	2,2

Шляхом підстановки в робоче рівняння виробничої функції середніх показників-факторів (x_i) отримаємо теоретичні рівні показника у вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь в середньому за 2007-2011 роки по кожному господарству:

$$y_1 = 41,6233 + 0,0038*515,5 + 0,4486*95,2 + 0,1287*100,4 - 1,034*4,02 + 0,5026*5,9 = 41,6233 + 1,9589 + 42,7067 + 12,9215 - 4,1567 + 2,9653 = 98,019$$

$$y_2 = 41,6233 + 0,0038*214,2 + 0,4486*77,4 + 0,1287*92,4 - 1,034*4,8 + 0,5026*33,8 = 41,6233 + 0,8139 + 34,7216 + 11,8919 - 4,9632 + 16,9879 = 101,0754$$

і таким чином розраховуємо теоретичні (y) інших господарств.

Порівняння фактичних і теоретичних результативних показників вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь по кожному господарству дає нам можливість проаналізувати ефективність використання врахованих в задачі основних факторів, виявити резерви збільшення виробництва продукції по регіону (табл. 15).

Таблиця 15

Порівняння теоретичних і фактичних рівнів вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь по господарствам району в середньому за 2007-2011 роки

Назва господарства	Вартість валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь, тис. грн.		Відхилення фактичного показника від теоретичного	
	фактично	теоретично	(+,-) т. грн.	відносне, %
1. „Дружба”	111,5	98,02	13,48	113,7
2. „Світанок”	96,7	101,08	-5,01	95,7
3. „Зоря”	84,0	104,79	-20,79	80,7
4. „Софія”	170,8	146,87	23,93	116,4
5. „Перчеклі”	96,9	105,01	-8,11	92,4
6. „Черкеси”	72,8	75,72	-2,92	96,0
7. „Прогрес”	96,5	102,02	-5,52	94,1

Як видно з табл. 15 із семи господарств району, в середньому за 5 років тільки у двох СВК „Дружба” і „Софія” фактичні показники вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь перевищували теоретичні на 13 і більше відсотків. В інших 5 господарствах фактичний рівень був нижчим теоретичного від 4 до 19 %. Це говорить про те, що в цих господарствах рівень використання основних чинників які впливають на виробництво валової продукції значно нижче середньо районного. В цих господарствах є достатньо резервів підвищення показника вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь. Загалом по 5-ти господарствах цей резерв складає 42,4 тис. грн.

Якщо мова йде про окреме господарство, то підкреслюють його відношення до тієї чи іншої групи господарств, а також його потенціальні можливості поліпшення відповідного показника. Наприклад, фермерське господарство „Зоря” відноситься до групи господарств де рівень використання основних виробничих ресурсів нижче середньо районного і його показник є найнижчим – 80,7 %. Якщо забезпечити в цьому господарстві середньо районний рівень використання основних ресурсів, його потенційні можливості збільшення виробництва валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь складають 20,8 тис. гривень її вартості.

Перед дослідником окрім проведення глибокого факторного аналізу часто виникає проблема як вийти з ситуації, що склалась, які заходи слід здійснити для виходу з скрутного стану, які найбільш пріоритетні напрямки інвестування виробничих процесів у майбутньому. Для відповіді на ці запитання слід розрахувати і проаналізувати коефіцієнти еластичності кожного фактору і проаналізувати його роль у формуванні синергетичного ефекту. Коефіцієнт еластичності показує на скільки відсотків зміниться синергетичний ефект в результаті зміни окремого фактора x_i на 1 % при незмінному значенні інших і визначається за формулою:
$$\zeta_{xi} = \frac{a_i x_i}{y}$$

Як видно з табл. 16 найбільший приріст у відсотках показника вартості валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь забезпечують грошові і матеріальні витрати. Суттєво негативно на результативний показник впливають надлишкові витрати живої праці, особливо це торкається останніх трьох господарств.

Тому основними факторами збільшення обсягів виробництва валової продукції є збалансоване збільшення матеріально-грошових витрат на 1 га сільськогосподарських угідь, підвищення рівня механізації працемістких процесів, скорочення витрат живої праці. Наприклад, в СВК „Зоря” збільшення грошових витрат на 1 га сільськогосподарських угідь до 2000 грн. при умові оптимального використання сільськогосподарських угідь, що надасть змогу підвищити дохідності виробництва продукції майже вдвічі.

Таблиця 16

Коефіцієнти еластичності факторів впливу на величину вартості валової продукції в господарствах району

Назва господарства	Фактори				
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₇
1. „Дружба”	1,9	43,5	13,2	-4,0	2,9
2. „Світанок”	0,8	34,3	11,9	-4,8	16,8
3. „Зоря”	0,8	47,1	13,4	-6,6	3,9
4. „Софія”	1,1	56,8	15,7	-4,2	2,2
5. „Перчеклі”	1,2	52,4	16,2	-11,9	2,6
6. „Черкеси”	1,1	36,8	11,4	-8,4	4,2
7. „Прогрес”	0,8	47,0	14,7	-4,8	1,1

Отримане робоче рівняння виробничої функції можна застосувати як інструментарій прогнозування досліджувального показника. В нашому прикладі можна спрогнозувати потенційні можливості виробництва валової продукції на 2012 чи 2015 рік. Для цього слід обґрунтувати на вказану перспективу значення врахованих в задачі факторів з урахуванням їх пріоритетності. По нашим підрахункам на 2015 рік в СВК „Дружба”

фондозабезпеченість зросте на 18 % і складатиме 632 тис. грн. в розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь, водночас грошові витрати на 100 га сягатимуть 220 тис. грн., а матеріальні виростуть до 124 тис. грн. За рахунок підвищення технічного рівня агротехніки виробництва витрати живої праці на 100 га сільськогосподарських угідь скоротяться на 22, 8 % і складатимуть 2364 людино-години, дебіторська заборгованість бажано утримати на рівні 5 тис. грн. За цими даними ми можемо прорахувати планову вартість валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь на 2015 рік шляхом підстановки в робоче рівняння запланованих на 2015 рік значень факторів (x_i).

$$y = 41,6233 + 0,0038*632,0 + 0,4486*220,0 + 0,1287*124,0 - 1,034*2,36 + 0,5026*5,0 = 41,6233 + 2,4016 + 98,6920 + 15,9588 - 2,4402 + 2,5130 = 158,7485$$

Таким чином, якщо в середньому за 2007-2011 роки СВК „Дружба” отримував валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь на суму 111,5 тис. грн., то у 2015 році цей показник зросте до 158,7 тис. грн., тобто зросте майже на 50 %. Прогноз цього показника дає можливість спрогнозувати і інші показники фінансової діяльності підприємства.

Розрахунок теоретичних рівнянь інтегрованого результативного показника дає можливість проаналізувати існуючі конкурентні позиції господарства і визначити його конкурентоспроможність. Наглядніше це можна продемонструвати за допомогою графіка (рис. 5).

Рис. 5. Конкурентність і конкурентоспроможність господарств району

Як видно з графіку середній рівень конкурентності і конкурентоспроможності по інтегрованому показникові вартості валової продукції в розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь по сукупності досліджування господарств сягає 104,2 тис. грн. Лише 2 господарств із 7-ми фактично перевищують цей показник, це СВК „Дружба” і ФГ „Софія”. Вони в середньому за період з 2007 по 2011 роки є лідерами в конкурентній боротьбі. І потенційні можливості вже трьох господарств забезпечують їх конкурентоспроможність у майбутньому.

Такий аналіз дає можливість обґрунтувати систему заходів по забезпеченню сталого розвитку підприємства, поліпшення його фінансового стану: зниження витрат і собівартості продукції, збільшення доходів, підвищення рентабельності виробництва та інше.

Подібні задачі можна розглядати дещо в інших площинах, залежно від теми дипломної роботи. Мова йде про вибір досліджуваного показника оскільки наряду з вартістю валової продукції на 100 га сільськогосподарських угідь може бути показник вартості товарної продукції, чистий дохід, прибуток, продуктивність праці, фондівіддача, норма прибутку, собівартість. При відборі факторів слід мати на увазі: 1 – можливість економічно інтерпретувати цей фактор; 2 – доступність отримання інформації.

Найбільш поширеними і логічними можуть бути такі схеми відбору факторів.

у – вартість валової продукції, товарної продукції, валовий дохід, прибуток;

x_1 – виручка від реалізації продукції;

x_2 – сукупні витрати на 1 га відповідних угідь, або 1 голову худоби;

x_3 – урожайність сільськогосподарських культур, або певних тварин (основний напрям діяльності: зерно, молоко і т.д.);

x_4 – фондозабезпеченність;

x_5 – фондоозброєність;

x_6 – працебезпеченність;

x_7 – матеріалозабезпеченність;

y – собівартість одиниці рослинницької або тваринницької продукції;

x_1 – сукупні витрати на 1 га посіву певної культури, або 1 голови певного виду худоби.

x_2 – урожайність сільськогосподарських культур або продуктивність худоби;

x_3 – затрати праці, або витрати на оплату праці;

x_4 – фондомісткість;

x_5 – матеріаломісткість;

x_6 – енергомісткість;

x_7 – продуктивність праці.

y – продуктивність праці;

x_1 – фондозабезпеченість;

x_2 – фондоозброєність;

x_3 – рівень механізації;

x_4 – затрати праці на 1 га відповідних угідь або посівів відповідних сільськогосподарських культур, на 1 умовну голову худобу;

x_5 – вартість валової продукції на 1 га сільськогосподарських угідь, або 1 голову худоби;

x_6 – урожайність с.-г. культур або продуктивність тварин;

x_7 – фондівіддача.

Питання для самопідготовки

1. Охарактеризуйте економіко-статистичні методи, які найбільш поширені в економічному аналізі:

- парна кореляція;
- множинна кореляція.

2. Наведіть приклади математичної і графічної інтерпретації кореляційних залежностей:

- прямолінійність;
- криволінійної (парабола, гіпербола);
- ступеневої.

3. Поясніть сутність і необхідність полігону розподілу функцій.

4. Охарактеризуйте статистичні характеристики оцінки відповідності розробленої моделі залежності (рівняння) процесу, що досліджується:

- коефіцієнт множинної кореляції;
- коефіцієнт детермінації;
- t-критерії;
- F-критерій.

5. Поясніть економічну інтерпретацію коефіцієнта регресії Q_i при відповідному факторі x_i .

6. Що слід розуміти під репрезентативністю спостережень, яка кількість їх повинна бути?

7. Розкрийте сутність вимог, яких треба дотримуватись при відборі факторів (x_i) впливу на результативний показник (y) які включають в модель рівняння регресії:

- фактори мають бути кількісно виміряні;
- фактори повинні бути теоретично обґрунтованими.

8. Теоретично обґрунтуйте головні фактори, які найбільш істотно впливають на наступні результативні показники:

y_1 – продуктивність праці в рослинництві;

y_2 – продуктивність праці в тваринництві;

y_3 – валовий дохід по господарству;

y_4 – прибуток по господарству;

y_5 – собівартість зерна;

y_6 – собівартість молока;

y_7 – урожайність зернових;

Тести до теми 4

1. Провідне місце у аналізі залежності результативних ознак від факторіальних, що не перебувають у функціональному зв'язку займають такі математичні методи:

- а) лінійного програмування;
- б) динамічне програмування;
- в) функціональний аналіз;
- г) кореляційний і регресійний аналіз;
- д) математична теорія ігор.

2. Для вирішення оптимізаційних задач (максимум, мінімум) використовують такі математичні методи:

- а) динамічного програмування;
- б) кореляційного та регресійного аналізу;
- в) функціонального аналізу;
- г) теорія масового обслуговування;
- д) лінійне програмування.

3. До прямолінійних багатofакторних моделей кореляційних рівнянь відносяться:

- а) $y = a_0 + a_1x_1$
- б) $y = a_0 + a_1x_1^3 + a_2x_2^2 + a_3x_3$
- в) $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$
- г) $y = a_0 * a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$
- д) $y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_n}{x_n}$

4. Коефіцієнтом регресії a_i є коефіцієнтом при невідомих x_i в моделі.

- а) логарифмічній;
- б) ступеневій;
- в) лінійній.

5. Коефіцієнт регресії (a_i) показує:

- а) відсоток зміни значення функції y при зміні фактора x_i на 1 % при незмінному значенні інших;
- б) загальний приріст функції (y) під впливом факторів x_i ;
- в) кількісну міру впливу відповідного фактора x_i на значення результативного показника;
- г) приріст результативного показника y під впливом окремого фактора x_i ;
- д) на скільки одиниць зміниться функція y при зміні аргументу x_i на одиницю виміру.

6. Найбільш поширені в економічному аналізі методи:

- а) парної кореляції;
- б) множинної кореляції;
- в) як парної так і множинної кореляції.

7. Яка з наведених задач скоріше за все може бути вирішена методом парної кореляції:

- а) залежність урожайності зернових від кількості внесених органічних і мінеральних добрив;
- б) залежність добового надою молока на 1 корову від кількості згодованих кормових одиниць кормів;
- в) залежність собівартості зернових від урожайності;
- г) залежність продуктивності праці від обсягів виробництва продукції і оплатою праці;
- д) залежність фондозабезпеченості від фондівіддачі.

8. Яка з наведених задач може бути вирішена методом множинної регресії:

- а) залежність між продуктивністю праці і її оплатою;
- б) залежність фондівіддачі від продуктивності праці, урожайністю основних сільськогосподарських культур і матеріаломісткістю продукції;

в) залежність між продуктивністю праці її оплатою, рівнем механізації трудомістких процесів, урожайністю основних сільськогосподарських культур і співвідношенням вартості продукції рослинництва і тваринництва;

г) залежність між урожайністю сільськогосподарських культур і кількістю внесених під них органічних і мінеральних добрив;

д) залежність між показником фондівіддачі і фондомісткістю.

9. основними статистичними характеристиками багатofакторної економіко-статистичної моделі є:

а) коефіцієнт множинної кореляції;

б) значення вільного члену (a_0);

в) середнє значення результативного показника (функції y);

г) t -критерій;

д) коефіцієнт множинної детермінації;

е) F -критерій;

ж) коефіцієнт регресії (a_i);

з) значення невідомої (x_i);

к) форма залежності.

Виберіть 5 правильних відповідей.

10. Результати вирішення задачі (робоче рівняння виробничої функції) можна використовувати для:

а) визначення теоретичного рівня (y) і аналізу ефективності використання основних факторів;

б) визначення кількісної міри впливу кожного із факторів (x_i) і прогнозування результативного показника;

в) визначення коефіцієнтів еластичності лінійної залежності і пріоритетності напрямків інвестування виробництва;

г) здійснення вище перерахованих заходів.

Тема 5. Комп'ютерні технології вирішення задач за допомогою статистичних та економіко-математичних методів

- 5.1. Прогнозування методом ковзного середнього.
- 5.2. Побудування прогнозів за допомогою функції «ТЕНДЕНЦИЯ».
- 5.3. Побудування нелінійних прогнозів за допомогою функції «РОСТ».
- 5.4. Побудування прогнозів на підставі трендового аналізу.
- 5.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз.
- 5.6. Використання процедури «Пошук рішень» пакету MS Excel для розв'язання оптимізаційних задач.

Ключові слова: *трендовий аналіз, кореляція, регресія, метод найменших квадратів, оптимізація.*

5.1. Прогнозування методом ковзного середнього

Цей метод дозволяє отримати середнє значення показника, представленого часовим рядом за відповідний термін. Метод дозволяє визначити прогнози значення показника на відповідний термін, спираючись на дані попереднього періоду. В якості прикладу нами були використані показники коефіцієнту покриття для одного з підприємств. Результати спостережень наведені в табл. 17.

Таблиця 17

Значення коефіцієнту покриття для ТОВ «Телекарт Прибор»

<i>Період</i>	<i>Значенні коефіцієнту покриття</i>
1	1,58
2	1,48
3	1,46
4	1,44
5	1,46
6	1,49
7	1,51
8	1,58
9	1,55
10	1,67
11	1,62
12	1,61

Технологія роботи: Для розрахунку значень ковзного середнього по даним таблиці 1 треба скористатися відповідною функцією пакету аналізу MS Excel (Меню «Сервіс – аналіз даних – Ковзне середнє»). Після відкриття вікна функції треба послідовно заповнити відповідні поля вікна настроювання, як показано на малюнку. В результаті є можливість отримати як кількісні значення прогнозу, так і графічне відображення показника.

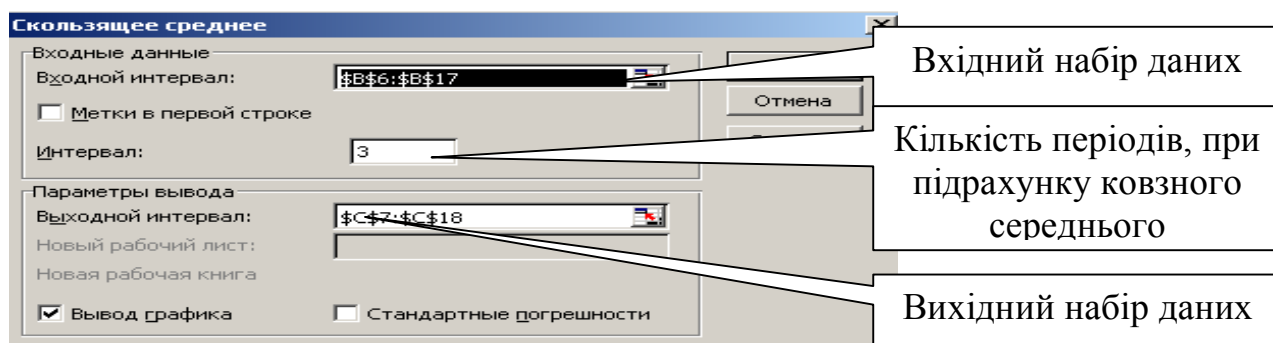


Рис. 6. Формування даних у вікні «Ковзне середнє»

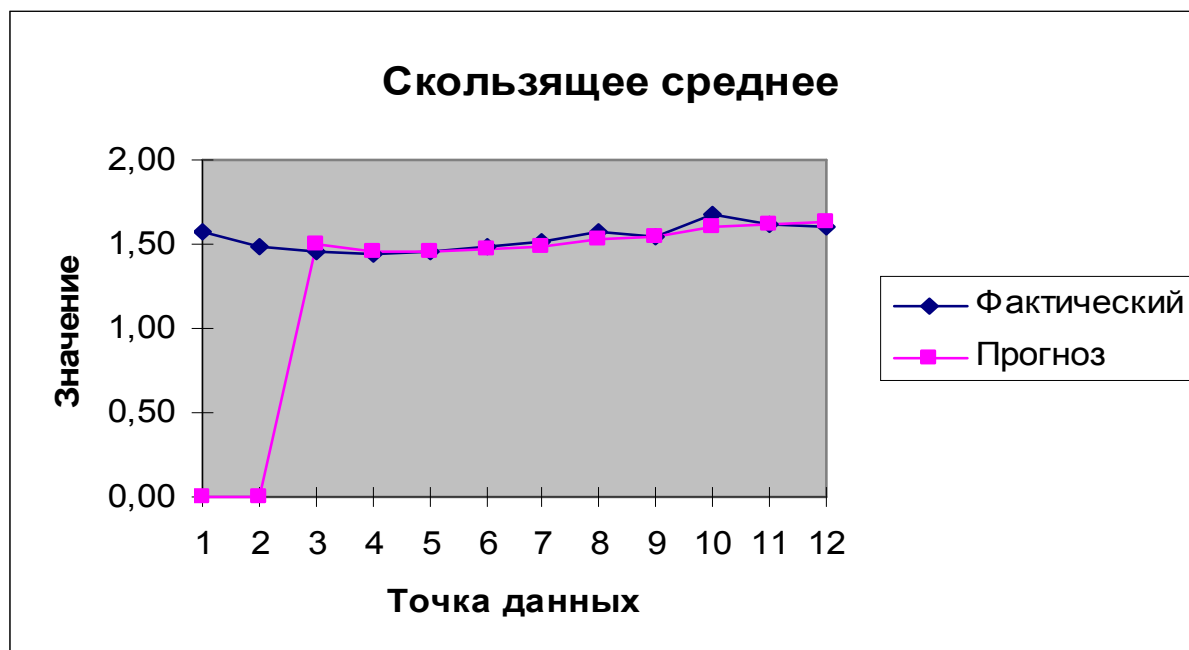


Рис. 7. Графічне зображення прогнозування методом ковзного середнього
Результати аналізу наведені на рис.8.

5.2. Побудування прогнозів за допомогою функції «ТЕНДЕНЦІЯ»

Використання функції **ТЕНДЕНЦІЯ** в середовищі MS EXCEL, дозволяє розрахувати значення y відповідності з лінійним трендом. При цьому пряма лінія апроксимує по методу найменших квадратів значення y і відомі значення x у відповідності з виразом $y = mx + b$. Для апроксимації поліноміальної кривої треба скористатися функцією **ТЕНДЕНЦІЯ**, виконуючи регресійний аналіз для змінної, піднесенням у різні ступені. Наприклад, якщо первинні дані відображають відповідні значення, то використовуючи різні ступені первинних даних (x^2 , x^3 і так далі) в подальшому провести регресійний аналіз похідних значень з первинними даними.

Виклик функції **ТЕНДЕНЦІЯ** можливо через статистичні функції MS Excel. Наведемо синтаксис функції **ТЕНДЕНЦІЯ** :

ТЕНДЕНЦІЯ (відомі_значення_у; відомі значення_х; нові_значення_х; константа)

Відомі значення у – це множина значень залежної змінної y . При цьому набір значень кожної змінної може бути представлений як стовпчиком, так і стрічкою електронної таблиці. В прикладі, що розглядається, ця складова представлена значеннями коефіцієнту покриття.

Відомі значення х – необов'язкова множина значень x , які вже відомі для співвідношення $y = mx + b$. В прикладі, що розглядається, ця складова представлена значеннями відповідних періодів. Масив відомих значень x може бути представлений одним, або декількома змінними. Якщо використовується тільки одна змінна, то відомі значення y і відомі значення x можуть бути представлені будь-якою форму, при умові, що вони мають однакову розмірність. Якщо використовується більше ніж одна змінна, то в цьому випадку відомі значення y повинні бути вектором. Якщо цей параметр пропущено, то по замовченню вони можуть бути представлені масивом значень $\{1;2;3;\dots\}$ такого ж розміру, як і відомі значення y .

Нові значення x – нові значення x , для яких **ТЕНДЕНЦИЯ** повертає відповідні значення змінної y . Нові значення x повинні мати таку ж розмірність, як і розмірність відомих значень y та x . Якщо нові значення відсутні, то передбачається, що вони співпадають з відомими значеннями x .

Конст – логічне значення, яке вказує чи потрібно щоб константа b дорівнювала би 0. Цей параметр може приймати такі значення:

- ТАК або відсутнє, то b розраховується стандартним способом.
- НІ, то b буде дорівнювати 0 і значення m підбирається таким чином, щоб виконувалось співвідношення $y = m * x$.

Технологія роботи: Користуючись даними табл. 1 сформуємо масив в середовищі MS Excel, як показано на рис. 3. Встановимо курсор на перше значення стовпчика Тенденція і заповнимо відповідні зони вікна «Аргументи функції»(рис. 3) і натисніть ОК. Після цього слід виділити діапазон комірок стовпчика «Тенденція» по номерам періодів, натиснути клавішу F2, і потім комбінацію клавіш CTRL+SHIFT+ENTER. При цьому формула буде розмножена на відповідний діапазон.

Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Ковзне середнє	Тенденція
1	=ТЕНДЕНЦИЯ(B6:B17;A6:A17)		
2	1,48	#Н/Д	1,47
3	1,46	#Н/Д	1,49
4	1,44	1,51	1,50
5	1,46	1,46	1,52
6	1,49	1,45	1,53
7	1,51	1,46	1,54
8	1,58	1,49	1,56
9	1,55	1,53	1,57
10	1,67	1,55	1,59
11	1,62	1,60	1,60
12	1,61	1,61	1,61
13		1,63	#Н/Д
14			#Н/Д

Рис. 8. Фрагмент вікна Excel-таблиці при формуванні аргументів функції «ТЕНДЕНЦИЯ»

Для розрахунку нових значень змінної треба ввести формули у комірки **B17:B18**. При цьому вікно параметрів буде мати наступний вигляд (рис. 9). Для розмноження формули на відповідний часовий інтервал слід виконати дії, які були описані вище.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
4									
5									
		Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Ковзне середнє	Тенденція	Зростання			
6		1	1,58		1,46	1,46			
7		2	1,48						
8		3	1,46						
9		4	1,44						
10		5	1,46						
11		6	1,49						
12		7	1,51						
13		8	1,58						
14		9	1,55						
15		10	1,67						
16		11	1,62						
17		12	1,61						
18		13	=ТЕНДЕНЦИЯ(Е						
19		14	1,64		#Г/Д	#Г/Д			

Аргументы функции

ТЕНДЕНЦИЯ

Известные_значения_y: B6:B17 = {1,58;1,48;1,46;1,44}

Известные_значения_x: A6:A17 = {1;2;3;4;5;6;7;8;9;1}

Новые_значения_x: A18:A19 = {13;14}

Конст: = логическое

= {1,62818181818182;1,6}

Возвращает значения в соответствии с линейной аппроксимацией по методу наименьших квадратов.

Новые_значения_x новые значения x, для которых ТРЕНД возвращает соответствующие значения y.

[Справка по этой функции](#) Значение: 1,63

Рис. 9. Формування нових значень для залежної змінної на перспективу

5.3. Побудування нелінійних прогнозів за допомогою функції «РОСТ»

Використання функції **РОСТ** в середовищі MS Excel, дозволяє розрахувати прогнозоване експоненціальне зростання на підставі первинних даних. Функція **РОСТ** повертає значення **y** для послідовності нових значень **x**. Функція РОСТ може бути використана для апроксимації існуючих незалежних змінних **x** та **y** значень експоненціальної кривої у відповідності з лінійним трендом. Залежність, яка може бути побудована на підставі функції **РОСТ**, відповідає функції

$$Y = C * e^{bx}$$

Виклик функції **РОСТ** можливо через статистичні функції MS Excel. Наведемо синтаксис функції **РОСТ** :

РОСТ (відомі значення у; відомі значення х; нові_значення х; конст)

Відомі значення у – це множина значень у, які вже відомі в співвідношенні $y = b^{mx}$. Слід пам'ятати, якщо значення Y дорівнюють 0 або відмінні, то функція **РОСТ** повертає значення помилки **#ЧИСЛО!**

Відомі значення х – необов'язкова множина значень х, які вже відомі для співвідношення $y = b * m^x$. (див. пояснення значень для функції **ТЕНДЕНЦІЯ**)

Нові значення х – нові значення х, для яких **РОСТ** повертає відповідні значення змінної у. Нові значення х повинні мати таку ж розмірність, як і розмірність відомих значень у та х. Якщо нові значення відсутні, то передбачається, що вони співпадають з відомими значеннями х.

Конст – логичне значення, яке вказує чи потрібно щоб константа b дорівнювала би 1. Цей параметр може приймати такі значення:

- ТАК або відсутнє, то b розраховується стандартним способом.
- НІ, то b буде дорівнювати 1 і значення m підбирається таким чином, щоб виконувалось співвідношення $y = m^x$.

Технологія роботи: Користуючись даними таблиці 1 сформуємо масив в середовищі MS Excel, як показано на рис. 6. Встановимо курсор на перше значення стовпчика **РОСТ** і заповнимо відповідні зони вікна «Аргументи функції»(див. рис. 6) і натисніть ОК. Після цього слід виділити діапазон комірок стовпчика «**РОСТ**» по номерам періодів, натиснути клавішу F2, і потім комбінацію клавіш CTRL+SHIFT+ENTER. При цьому формула буде розмножена на відповідний діапазон.

Для розрахунку нових значень змінної треба виконати дії, які відповідають технологічним операціям для функції **ТЕНДЕНЦІЯ**.

Аналіз значень коефіцієнту покриття на ТОВ "Телекарт Прибор"				
Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Коефіцієнт середнє	Тенденція	Зростання
1	1,58		=РОСТ(
2	1,48	#Н/Д	1,47	
3	1,46	#Н/Д	1,49	
4	1,44	1,51	1,50	
5	1,46	1,46	1,52	
6	1,49	1,45	1,53	
7	1,51	1,46	1,54	
8	1,58	1,49	1,56	
9	1,55	1,53	1,57	
10	1,67	1,55	1,59	
11	1,62	1,60	1,60	
12	1,61	1,61	1,61	
13	1,63	1,63	#Н/Д	
14	1,64		#Н/Д	

Аргументы функции

РОСТ

Известные_значения_y: B6:B17 = {1,58;1,48;1,46;1,44;1,46;1,49;1,51;1,58;1,55;1,67;1,62;1,61;1,63;1,64}

Известные_значения_x: A6:A17 = {1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14}

Новые_значения_x: = ссылка

Конст: = логиче

= {1,4615}

Возвращает значения в соответствии с экспоненциальным трендом.

Известные_значения_x: необязательное множество значений x, для которых уже известно соотношение $y = b * m^x$, массив или диапазон. Если не задано, предполагается, что x — это значения от 0 до n-1, где n — это количество элементов в массиве y.

[Справка по этой функции](#) Значение: 1,46

Рис. 10. Аргументы функції «ТЕНДЕНЦИЯ»

У таблиці 7 наглядно представлено тенденцію розвитку показника, який аналізується, при використанні відповідних функцій прогнозування.

Аналіз значень коефіцієнту покриття на ТОВ "Телекарт Прибор"				
Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Коефіцієнт середнє	Тенденція	Зростання
1				
2				
3				
4				
5				
6	1			1,46
7	2			1,47
8	3			1,49
9	4			1,50
10	5	1,4	1,46	1,52
11	6	1,4	1,45	1,53
12	7	1,5	1,46	1,54
13	8	1,5	1,49	1,56
14	9	1,5	1,53	1,57
15	10	1,6	1,55	1,59
16	11	1,6	1,60	1,60
17	12	1,6	1,61	1,61
18	13	1,63	1,63	#Н/Д
19	14	1,64		#Н/Д

Нові значення показника, які розраховані за допомогою функцій ТЕНДЕНЦИЯ та РОСТ

Рис. 11. Результати прогнозування з використанням функцій «ТЕНДЕНЦИЯ» та «РОСТ»

5.4. Побудування прогнозів на підставі трендового аналізу

Постановка задачі: Виконати прогнозування показників діяльності підприємств на перспективу з використанням трендового аналізу, який дозволив би виявити загальну тенденцію їх зміни. У цьому випадку, прогнозування значень результативного показника здійснюється на основі динаміки його значень у ретроспективі. В якості первинної інформації скористаємося наступними даними (табл. 17.)

Лінія тренду будується на основі формули залежності результативного показника від параметру часу. В даному випадку тренд – це вираз тенденції в вигляді відповідного рівняння, яке певним чином відображає (апроксимує) реальну його тенденцію розвитку. Трендовий аналіз використовується в задачах прогнозування за допомогою методів регресійного аналізу. Побудова ліній тренду можливо на графіках, які представлені плоскими діаграмами, лінійчатими діаграмами, гістограмами, графіками і т.п. Даний метод неможливо використовувати для об'ємних, кругових і кільцевих діаграм.

Існують декілька форм тренду.

Лінійна, яка описується виразом $y=a + bt$, де

y – значення показника,

t – часовий період

a – початкове значення тренду при $t = 0$

b – константа тренду, яка вказує на швидкість зміни

Поліноміальна, яка описується виразом $y=a+ b_1t+ b_2t^2+ b_3t^3 \dots$, де *a* і *b* – константи

Логарифмічна, яка описується виразом $y=a+ \ln t+ b$, де *a* і *b* – константи, а *ln*- функція натурального логарифму.

Експоненціальна, яка описується виразом $y=c e^{bt}$, де *c* і *b* – константи, а *e*- основа натурального логарифму.

Степеневая, яка описується виразом $y=bt^c$, де b і c – константи. Слід пам'ятати, що лінія степеневого тренду обов'язково повинна проходити через початок координат.

Технологія виконання. Лінія тренду будується на підставі базової лінії, яка відображає відповідний процес. Так в якості приклада нами було використано значення коефіцієнту покриття(табл. 1) Для наведених даних ми побудували базову лінію. Для цього треба скористаємося майстром діаграм і вибрати, наприклад, тип діаграми «Графік» (рис. 12). Послідовно заповнимо відповідні вікна і сформуємо графік. На рис. 12 графік базової лінії показника чорною лінією.

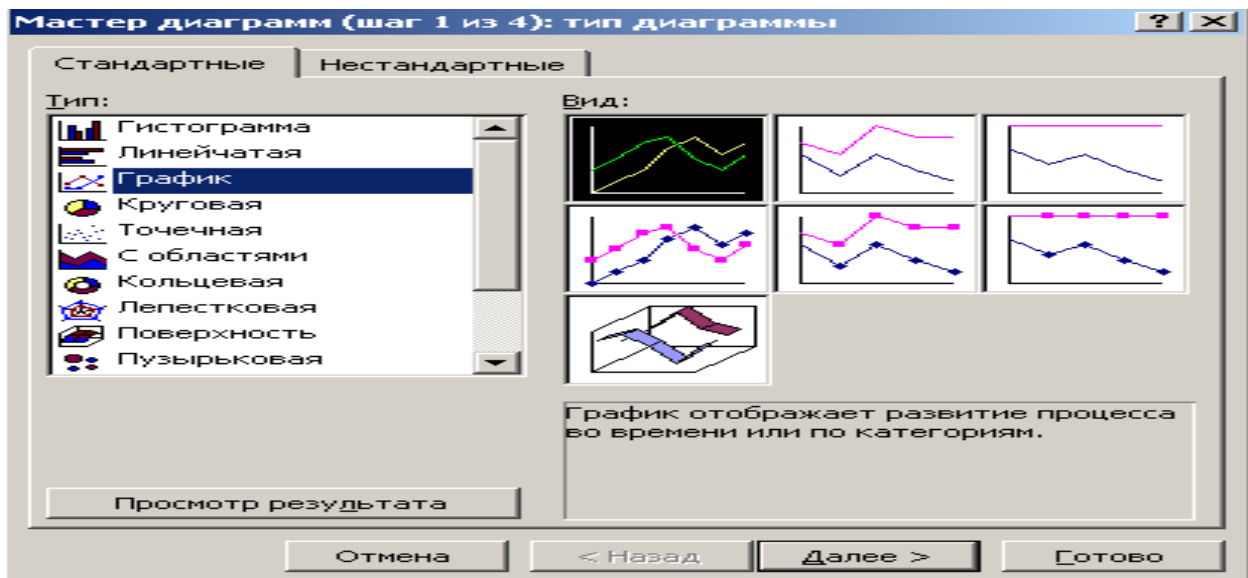


Рис. 12. Типи діаграм MS Excel

Для побудування лінії тренду скористаємося контекстним меню на основному графіку(права кнопка миші). Після вибору типу тренду треба визначити його загальні параметри, які наведені в закладці «Параметри», а саме: період прогнозу, показати рівняння та значення коефіцієнту детермінації (рис. 13).

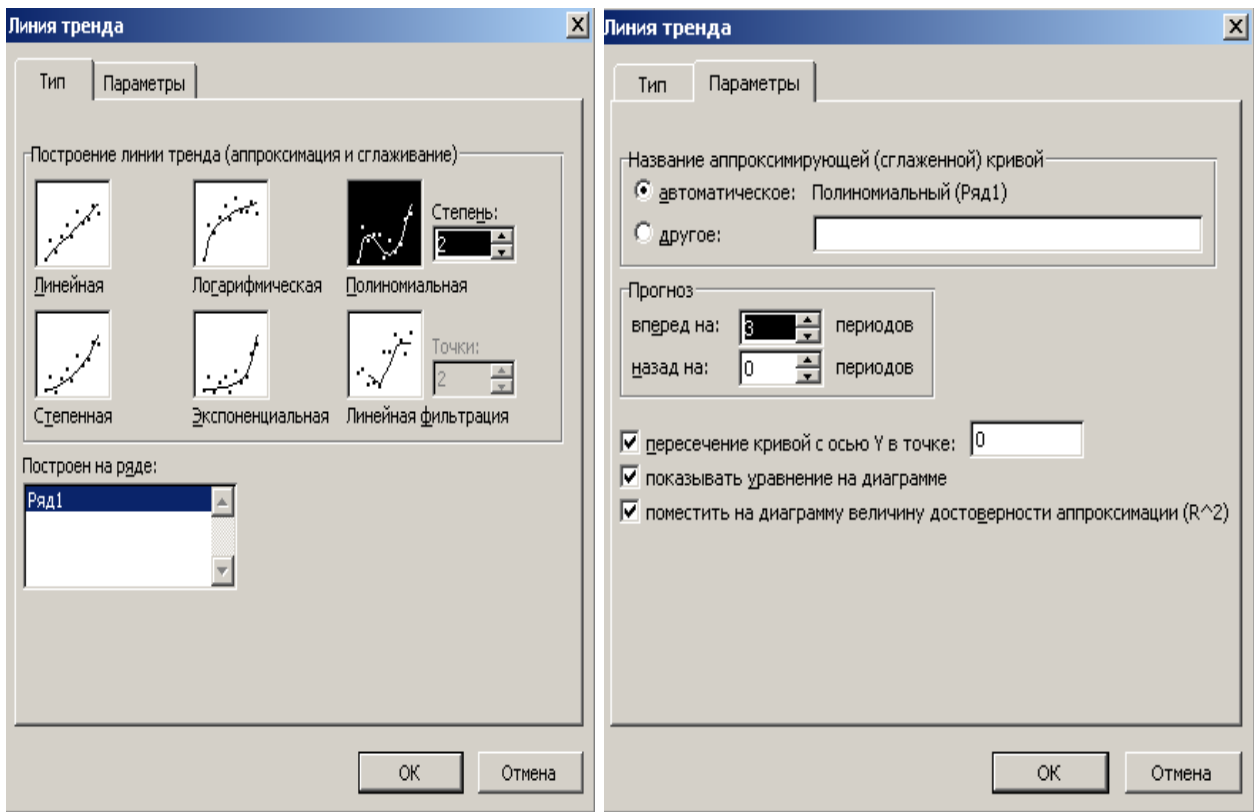


Рис. 13. Види трендів, які дозволяє побудувати MS Excel

В результаті отримаємо графіки, які наведені на рис. 14

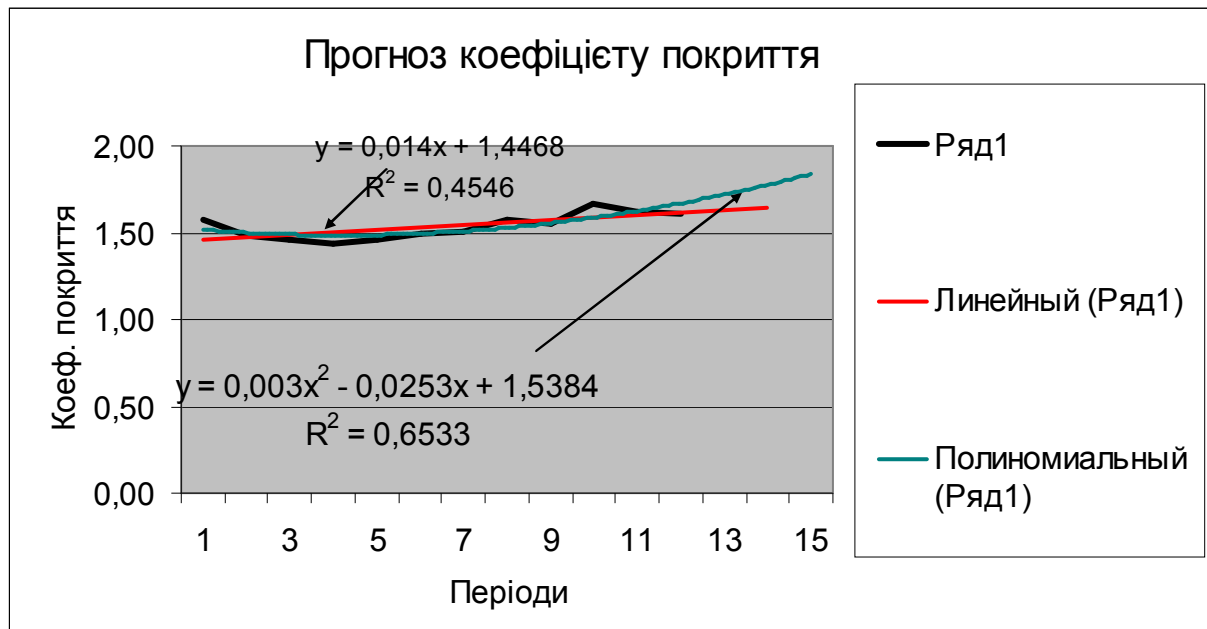


Рис. 14. Прогноз коефіцієнту покриття методом трендового аналізу

Аналіз результатів. По результатам трендового аналізу можна зробити висновок, що найкраще базову лінію відображає поліноміальний тренд другого порядку ($R^2 = 0,6533$). При цьому функція має наступний вигляд

$$Y = 0,003x^2 - 0,0253x + 1,5384$$

Аналіз отриманих результатів свідчить про наступне. Залежна змінна Y відображає теоретичні значення рівнів часового ряду коефіцієнту покриття, параметр $a(1,5384)$, характеризує значення теоретичного рівня коефіцієнту покриття при $x=0$, а параметри при змінних $b_1 (0,003)$ і $b_2 (-0,0253)$ показують на більш-менш стабільний стан коефіцієнту покриття на перспективу.

Отриманий коефіцієнт детермінації ($R^2=0,6533$) свідчить про те, що 65,33% щорічної варіації коефіцієнту покриття пов'язана з варіацією основних чинників, що відображають загальну тенденцію рівня даного показника, а 34,67% припадає на інші випадкові чинники.

Для оцінки значимості отриманого коефіцієнту кореляції ($R=0,8083$) було розраховано фактичний та теоретичний коефіцієнти Фішера. Значення цих показників дорівнюють відповідно $F_{ф.}=18,84$ та $F_{т.} = 4,96$. Оскільки $F_{ф.} > F_{т.}$, то показник тісноти зв'язку R^2 можна вважати суттєвим. Для розрахунку фактичного та теоретичного значення критерію Фішера було використано такі вирази та функції:

$$F_{факт.} = R^2 / (1 - R^2) * (n - m) / (m - 1) \quad F_{табл.} = FRACПОБР(0,05; 1; n - 2)$$

де n – кількість спостережень,

m - кількість факторів

Спираючись на побудовану функцію можна очікувати збільшення коефіцієнту покриття в найближчі періоди по підприємству до 1,64.

Про адекватність моделі свідчить також той факт, контрольні суми фактичних даних та розрахованих значень з використанням різних методів прогнозування практично не відрізняються (рис. 15).

Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Коезне середнє	Тенденція	Зростання	Поліноміальний тренд
1	1,58		1,46	1,46	1,52
2	1,48	#Н/Д	1,47	1,47	1,50
3	1,46	#Н/Д	1,49	1,49	1,49
4	1,44	1,51	1,50	1,50	1,49
5	1,46	1,46	1,52	1,52	1,49
6	1,49	1,45	1,53	1,53	1,49
7	1,51	1,46	1,54	1,54	1,51
8	1,58	1,49	1,56	1,56	1,53
9	1,55	1,53	1,57	1,57	1,55
10	1,67	1,55	1,59	1,59	1,59
11	1,62	1,60	1,60	1,60	1,62
12	1,61	1,61	1,61	1,61	1,67
13	1,63	1,63	#Н/Д	#Н/Д	
14	1,64		#Н/Д	#Н/Д	
Сума	18,45	15,29	18,45	18,44	18,44

Рис. 15. Порівняльний аналіз методом What-if

5.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз

Складні взаємодії в сфері економічної діяльності характеризуються достатньо великою кількістю чинників. Вибір чинників проводиться на підставі якісного, теоретичного аналізу з одночасним використанням статистико-математичних критеріїв. Цей процес є найважливішою проблемою при побудові рівнянь множинної регресії. Вважається, що підбір критеріїв доцільно проводити в три стадії, а саме:

- при апріорному аналізі, який дозволяє визначити загальну кількість показників, без визначення будь-яких обмежень;
- порівняння відібраних показників з подальшим відсівом найменш значущих. На цій стадії використовуються як методи якісного, так і кількісного аналізу. Виявляються зв'язок як між відповідними показниками, так і зв'язок між показниками та результативною ознакою.

Ця процедура проводиться на підставі кореляційного аналізу. Для подальшого аналізу лишаються показники, між якими відсутня лінійна залежність (явище мультиколеніарності), а зв'язок з результативною ознакою більш щільніший, тобто щоб $r_{oj} > r_{ij}$.

- вибір суттєвих чинників на підставі побудови різних варіантів багатофакторних регресійних моделей та оцінка значущості їх параметрів.

Важливе значення приділяється питанням вибору форми зв'язку між ознаками, які розглядаються. Ця процедура ускладнюється ще й тим, що між чинниками, в більшості випадків, існує відповідна взаємодія. Тому перед вибором форми зв'язку необхідно провести аналіз парних зв'язків, у тому числі між факторними ознаками.

Постановка задачі. Розглянемо показники діяльності підприємства з метою встановлення зв'язку між ними, згідно обраної моделі. В якості прикладу використані показники, які наведені в табл. 18. В якості результативної ознаки використано показник чистого доходу, який відповідним чином відбиває ступінь ефективності діяльності підприємств.

Всі значення наведених показників були розглянуті за період з 2007-2010 рр.

Таблиця 18

Параметри регресійної моделі

№	Найменування показника	Один. вим.
X_1	Собівартість реалізованої продукції	тис. грн.
X_2	Рентабельність активів	(%)
X_3	Коефіцієнт автономії	
Y	Чистий дохід (виручка від реалізації продукції)	тис. грн.

Використання регресійного аналізу дозволяє визначити функцію, згідно якої можна встановити вплив параметрів моделі на залежну змінну. В

загальному вигляді рівняння регресії з параметрами, що оцінюються, має наступний вигляд.

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2 X_2 + a_3X_3$$

Для визначення коефіцієнтів регресійної моделі нами були використані наступні первинні дані, які відображають поточний стан виробництва (табл. 19.)

Таблиця 19

Значення параметрів регресійної моделі

№	Чистий дохід (тис.грн.)	Собівартість реалізованої продукції (тис.грн.)	Рентабельність активів	Коефіцієнт автономії
1	29996,000	24834,000	0,121	0,750
2	28450,000	24670,000	0,089	0,740
3	28900,000	24750,000	0,099	0,720
4	27500,000	24751,000	0,065	0,710
5	16850,000	16191,000	0,015	0,690
6	16973,000	15690,000	0,029	0,670
7	16950,000	15780,000	0,027	0,660
8	16920,000	15887,000	0,024	0,650
9	14710,000	11687,000	0,049	0,610
10	14690,000	11700,000	0,049	0,580
11	14850,000	11760,000	0,050	0,520
12	14590,000	11715,000	0,047	0,500
13	18210,000	13805,000	0,062	0,480
14	18220,000	13850,000	0,062	0,400
15	18190,000	13800,000	0,062	0,370
16	18232,000	13815,000	0,048	0,350
17	10470,000	8299,000	0,027	0,340
18	10450,000	8290,000	0,027	0,330
19	10435,000	8295,000	0,027	0,320
20	10521,000	8280,000	0,028	0,310

Технологія виконання. Згідно описаних раніше стадій проведення досліджень треба виконати аналіз взаємозв'язку між факторами моделі, та проаналізувати тісноту зв'язку між останніми та залежною змінною. Перша процедура дозволить виявити тісноту зв'язку між факторами з метою визначення мультиколеніарності. А друга – виявити пріоритетність факторів моделі. В моделі залишаються ті фактори, які мають найтісніший зв'язок з результативною ознакою.

Для виконання вищезазначених дій скористаємося процедурою кореляційного аналізу «Пакету аналізу» MS Excel (рис. 16)

Значення параметрів регресійної моделі					
№	Чистий дохід	Собівартість реалізованої продукції	Рентабельність активів визначаючих виробничий потенціал	Коефіцієнт автономії	
3					
4	1	29996,000	24834,000	0,121	0,750
5	2	28450,000	24670,000	0,089	0,740
6	3	28900,000	24750,000	0,099	0,720
7	4	27500,000	24751,000	0,065	0,710
8	5	16850,000	16191,000	0,015	0,690
9	6	16973,000	15690,000	0,029	0,670
10	7	16950,000	15780,000	0,027	0,660
11	8	16920,000	15887,000	0,024	0,650
12	9	14710,000	11687,000	0,049	0,610
13	10	14690,000	11700,000	0,049	0,580
14	11	14850,000	11760,000	0,050	0,520
15	12	14590,000	11715,000	0,047	0,500
16	13	18210,000	13805,000	0,062	0,480
17	14	18220,000	13850,000	0,062	0,400
18	15	18190,000	13800,000	0,062	0,370
19	16	18232,000	13815,000	0,048	0,350
20	17	10470,000	8299,000	0,027	0,340
21	18	10450,000	8290,000	0,027	0,330
22	19	10435,000	8295,000	0,027	0,320
23	20	10521,000	8280,000	0,028	0,310

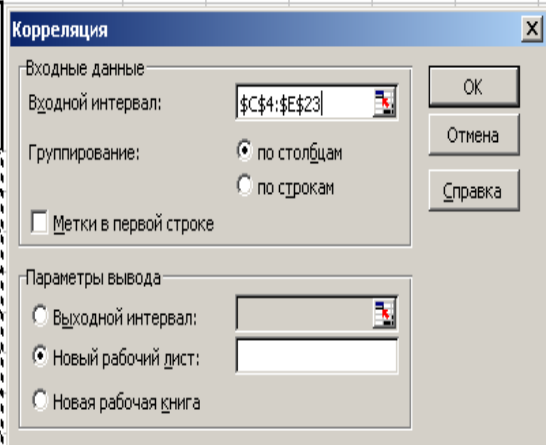


Рис. 16. Приклад заповнення вікна параметрів «КОРРЕЛЯЦИЯ»

Спочатку треба з'ясувати, чи існує ефект мультиколеніарності між факторами моделі. Проведений кореляційний аналіз дозволяє зробити висновок, що змінна *коефіцієнт автономії*, має досить тісний зв'язок зі змінною *собівартість реалізованої продукції* (рис. 17).

	А	В	С	Д
1		Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3
2	Столбец 1	1		
3	Столбец 2	0,733068034	1	
4	Столбец 3	0,813110227	0,424919276	1

Рис. 17. Значення коефіцієнтів кореляції між факторними ознаками.

Для визначення більш значущих факторів треба з'ясувати тісноту зв'язку факторів з залежною змінною. Для цього виконаємо кореляційний аналіз (рис. 18)

	А	В	С	Д	Е
1		Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
2	Столбец 1	1			
3	Столбец 2	0,97992932	1		
4	Столбец 3	0,84258839	0,733068034	1	
5	Столбец 4	0,72478332	0,813110227	0,424919276	1

Рис. 18. Значення коефіцієнтів кореляції між факторними ознаками та залежною змінною.

Проведений аналіз показує на те, що існує лінійна залежність між собівартістю реалізованої продукції, рентабельністю активів і коефіцієнтом автономії. Для подальшого аналізу, згідно результатів, які наведені на рис. з моделі слід виключити показник коефіцієнту автономії, так як тіснота зв'язку його з результативною ознакою менше ніж фактора рентабельності активів. Коефіцієнти кореляції дорівнюють, відповідно

$$R_{21} = 0,84258839$$

$$R_{31} = 0,72478332$$

Наступний етап моделювання – побудування відповідних варіантів багатфакторної моделі – рівнянь множинної регресії та оцінка значущості їх параметрів.

Важливим значенням при побудові рівняння множинної регресії має процедура вибору форми зв'язку.

На цьому етапі скористаємося процедурою регресійного аналізу «Пакету аналізу» MS Excel. Формування вікна регресії наведено на рисунку (рис. 19).

В результаті проведених розрахунків були отримані результати, які наведені на рис. 20, 21.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	№	Чистий дохід	Собівартість реалізованої продукції	Рентабельність активів визначаючих виробничий потенціал	Коефіцієнт автономії						
3											
4	1	29996,000	24834,000	0,121	0,750						
5	2	28450,000	24670,000	0,089	0,740						
6	3	28900,000	24750,000	0,099	0,720						
7	4	27500,000	24751,000	0,065	0,710						
8	5	16850,000	16191,000	0,015	0,690						
9	6	16973,000	15690,000	0,029	0,670						
10	7	16950,000	15780,000	0,027	0,660						
11	8	16920,000	15887,000	0,024	0,650						
12	9	14710,000	11687,000	0,049	0,610						
13	10	14690,000	11700,000	0,049	0,580						
14	11	14850,000	11760,000	0,050	0,520						
15	12	14590,000	11715,000	0,047	0,500						
16	13	18210,000	13805,000	0,062	0,480						
17	14	18220,000	13850,000	0,062	0,400						
18	15	18190,000	13800,000	0,062	0,370						
19	16	18232,000	13815,000	0,048	0,350						
20	17	10470,000	8299,000	0,027	0,340						
21	18	10450,000	8290,000	0,027	0,330						
22	19	10435,000	8295,000	0,027	0,320						
23	20	10521,000	8280,000	0,028	0,310						

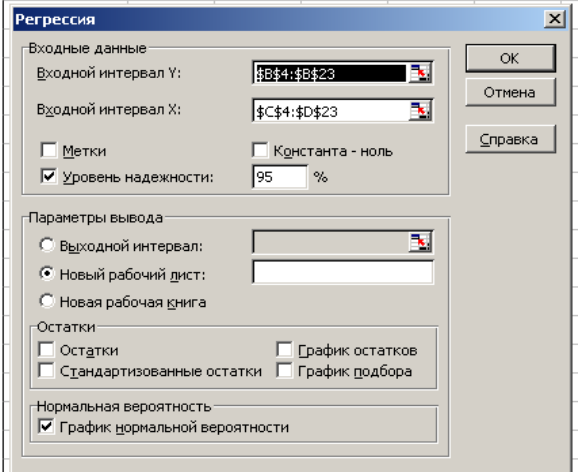


Рис. 19. Вікно регресійного аналізу MS Excel

Вывод итогов								
<i>Регрессионная статистика</i>								
Множественный R	0,996807	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> Загальні параметри регресії – коефіцієнт множинної регресії, детермінації та стандартна помилка. </div>						
R-квадрат	0,993624							
Нормированный R-квадрат	0,992874							
Стандартная ошибка	525,546							
Наблюдения	20							
<i>Дисперсионный анализ</i>								
	<i>df</i>		<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
Регрессия	2	31740786,4	3,66E+08	1324,664208	2,18047E-19			
Остаток	17	4695376,116	276198,6					
Итого	19	736436162,6						
	<i>Коэффициент</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>статисти</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
Y-пересечение	1975,622	337,9593383	5,845739	1,9464E-05	1262,590082	2688,653823	1262,590082	2688,653823
Переменная X 1	0,858844	0,031228547	27,5019	1,55684E-15	0,792958008	0,924730955	0,792958008	0,924730955
Переменная X 2	60366,03	6400,36964	9,431647	3,62479E-08	46862,42937	73869,62827	46862,42937	73869,62827

Рис. 20. Результаты проведенного регресійного аналізу в MS Excel

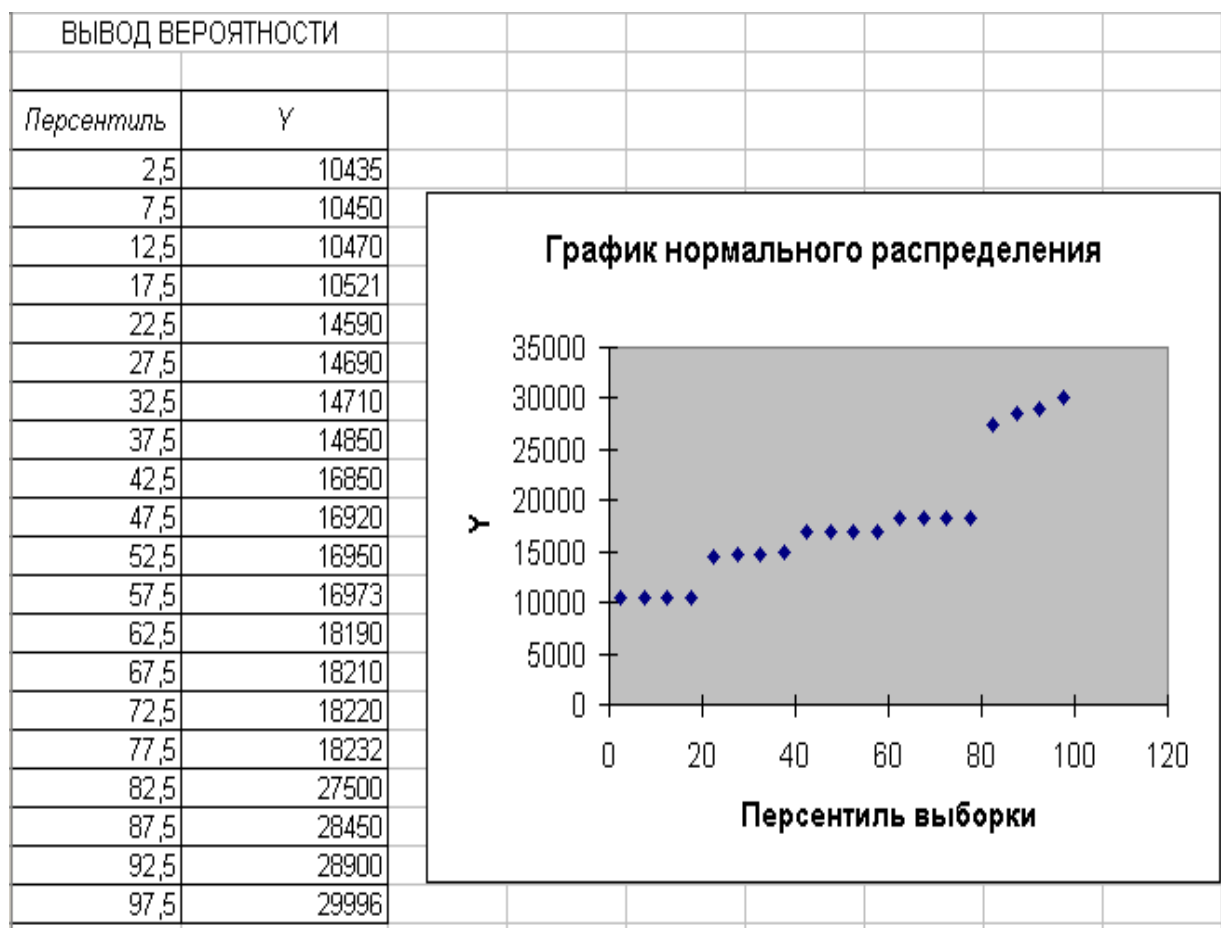


Рис. 21. Графік нормальної ймовірності для результативної ознаки.

Аналіз результатів. По результатам аналізу вдалося пропорційно розподілити міру якості по залежним показникам на підставі результатів господарської діяльності підприємства. Лінійна модель має наступний вигляд:

$$Y = 1975,622 + 0,858844X_1 + 60366,03X_2$$

Параметр $a_0(1975,622)$ має суто розрахунковий характер і Аналіз коефіцієнтів регресії дозволяє нам з'ясувати ступінь впливу факторних чинників на результатну змінну. Як свідчать результати найбільшу вагу має такий показник, як рентабельність активів $a_2 = 60366,03$.

Отриманий коефіцієнт множинної кореляції та значення залишкової дисперсії показують тісноту зв'язку результативного показника з факторними показниками, тобто характеризують якість вибору рівняння регресії. В нашому випадку $R = 0,9968$, а показники остаточної дисперсії факторів дорівнюють,

відповідно 0,9936. На підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що побудована модель нами вибрана вірно.

Коефіцієнт детермінації (R^2) вказує на долю впливу вибраних показників на результатний показник. В даному випадку регресія залежного фактору на показники моделі пояснює біля $R^2=99,36\%$ варіативності значень Y .

Для доказу істотності зв'язку між результативним та факторними ознаками нами було встановлено критичне значення R^2 для $k_1=3-1=2$ і $k_2=20-3=17$. Значення цього показника становить $R^2_{0,95} = 0,312$. Оскільки отриманий коефіцієнт R^2 більше критичного, то з ймовірністю 0,95 можна стверджувати про істотність зв'язку між параметрами моделі.

Факторна дисперсія характеризує варіацію результативної ознаки, яка пояснюється чинниками що увійшли у модель.

Для аналізу та економічної інтерпретації рівнянь множинної регресії поряд з коефіцієнтами регресії з метою виявлення порівняльної сили впливу окремих факторів використовують також часткові коефіцієнти еластичності E_i і β_i - коефіцієнти. Перший показник дозволяють з'ясувати, на скільки відсотків змінюється результативний признак при зміні факторного признаку на один відсоток при фіксованому значенні інших факторів. Розрахунок коефіцієнтів еластичності проведемо згідно наступного виразу

$$E_i = a_i * \frac{\bar{X}_i}{\bar{Y}}, \text{ де}$$

a_i – коефіцієнт регресії при i -му факторі

– –

\bar{X}_i, \bar{Y} - середнє значення факторної та результативної ознаки.

β_i – коефіцієнти показують, на скільки середніх квадратичних відхилень змінюється в середньому результативний показник, якщо відповідна факторна відзнака змінюється відповідно на одне своє середнє квадратичне відхилення. Розрахунок β_i – коефіцієнтів проведемо згідно наступного виразу:

$$\beta_i = a_i * \frac{\sigma_i}{\sigma_0}, \text{ де}$$

σ_i – середнє квадратичне вiдхилення для i -ї змiнної.

σ_o – середнє квадратичне вiдхилення для результативної ознаки.

Розрахунок вищезазначеного показника виконується згiдно з виразом

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X}_i)^2}{n}}$$

По результатах розрахунку нами були отриманi такi значення показника часткових коефiцiєнтiв еластичностi E_i та β_i – коефiцiєнтiв

Фактори	a_i	σ_i	σ_o	β_i	\bar{X}_i	\bar{Y}	E
x1	0,8588	5532,684	6068,097571	0,7831	14892,450	17805,350	0,71830
x2	60366,0288	0,027	6068,097571	0,2685	0,050	17805,350	0,17077

Аналіз отриманих значень коефiцiєнтiв еластичностi дозволяє зробити висновок, що в середньому найбільш впливовiшими факторами є такий показник, як собiвартiсть реалiзованої продукцiї, зi збiльшенням якого на 1% чистий дохiд збiльшується на 0,71834 %. При збiльшеннi фактора рентабельностi активiв на 1% чистий дохiд збiльшується на 0,17077 %.

Аналіз розрахований β_i – коефiцiєнтiв показує, що змiна X_1 лише на одне середньоквадратичне вiдхилення (на 5532,6840) призводить до змiни в середньому чистого доходу на 0,7831 своїх середньоквадратичних вiдхилень(при незмiнному значеннi X_2). При змiнi X_2 лише на одне середньоквадратичне вiдхилення (на 0,0270) призводить до змiни в середньому чистого доходу на 0,2685 своїх середньоквадратичних вiдхилень(при незмiнному значеннi X_1).

Для оцiнки значущостi отриманих коефiцiєнтiв регресiї використовується критерiй t . В нашому випадку значення цього критерiю для вiдповiдних показникiв складає

$$t_1 = 27,5019$$

$$t_2 = 9,43165$$

Враховуючи те, що критичне значення цього показника складає $t_{\text{крит.}} = 2,11$ (для $\alpha=0,05$, $n=20$, $m=3$) не перевищує розрахункові для першого та для другого показника, можна зробити висновок, що коефіцієнти моделі при цих змінних значущі.

Оцінку істотності коефіцієнту детермінації можна провести за допомогою F-критерію Фішера. Значення цього показника по результатам аналізу складає 1324,6642. При цьому критичне значення даного критерію для $\alpha = 0,05$ ($K_1 = 4 - 1 = 3$ і $K_2 = 20 - 3 = 17$) складає 3,59. Перевищення розрахункового показника над критичним вказує на істотність всіх чинників моделі [2, с. 229-239]

Висновки. Таким чином, отримані результати моделювання дозволяють не тільки спрогнозувати розвиток підприємства в майбутньому, а також визначити загальні показники оцінки його діяльності. Описана успіхом може бути використана для оцінки діяльності підприємств аналогічного типу.

5.6. Використання процедури «Пошук рішень» пакету MS Excel для розв'язання оптимізаційних задач

Для демонстрації використання процедури «Пошук рішень» скористаємося контрольним прикладом, який було описано у пп. 3.3.

Постановка задачі: Розрахувати оптимальне співвідношення посівів пшениці, соняшнику і цукрового буряка, щоб отримати максимальну вартість отриманої продукції.

Технологія роботи: Спираючись на первинну інформацію, яка наведена в пп. 3.3. сформуємо матрицю в середовищі MS Excel (рис. 22)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L						
1	Економіко-математична модель																
2	№	Змінні обмеження	Одиниця виміру	Пшениця	Соняшник	Цукровий буряк	Тип обмеження	Обсяг обмеження(Во)									
3																	
4									Змінні моделі			X1	X2	X3			
5									Одиниця виміру			га	га	га			
6																	
7	1	Площа ріллі	га	1	1	1	<=	5000,00									
8	2	По механізаторам	люд.дн.	2,00	8,00	10,00	<=	20000,00									
9	3	По некваліфікованим працівникам	люд.дн.	1,00	4,00	5,00	<=	12000,00									
10	Zo	Вартість товарної продукції	гр.	3000,00	3600,00	12000,00		max									
11																	
12	Змінні моделі			Значення													
13	Площа пшениці			0													
14	Площа соняшнику			0													
15	Площа цукрового буряку			0													
16																	
17	Обмеження моделі			Значення													
18	По площі ріллі			0													
19	По механізаторам			0													
20	По некваліфікованим працівникам			0													
21																	
22																	
23	Значення цільової функції			Значення													
24	Вартість товарної продукції(Zo)			0													
25																	

Перелік комірок, в яких будуть сформовані значення змінних моделі. Це комірки D13:D15. На початку вирішення задачі значення змінних дорівнюють 0.

Перелік комірок, в яких сформовані обмеження моделі. В данному випадку в комірку D18 записано вираз $=D6*\$D\$13+E6*\$D\$14+F6*\$D\15 . Відповідні вирази треба записати у комірки D19:D20.

Значення цільової функції, яке уже розраховано після вирішення задачі. В данному випадку в комірку D24 треба записати вираз $=D10*\$D\$13+E10*\$D\$14+F10*\$D\15

Рис.22. Приклад формування первинної інформації при рішенні оптимізаційних задач з використанням процедури «Пошук рішень»

На підставі вищенаведеної матриці треба заповнити відповідні зони вікна «Пошук рішень»(рис. 23).

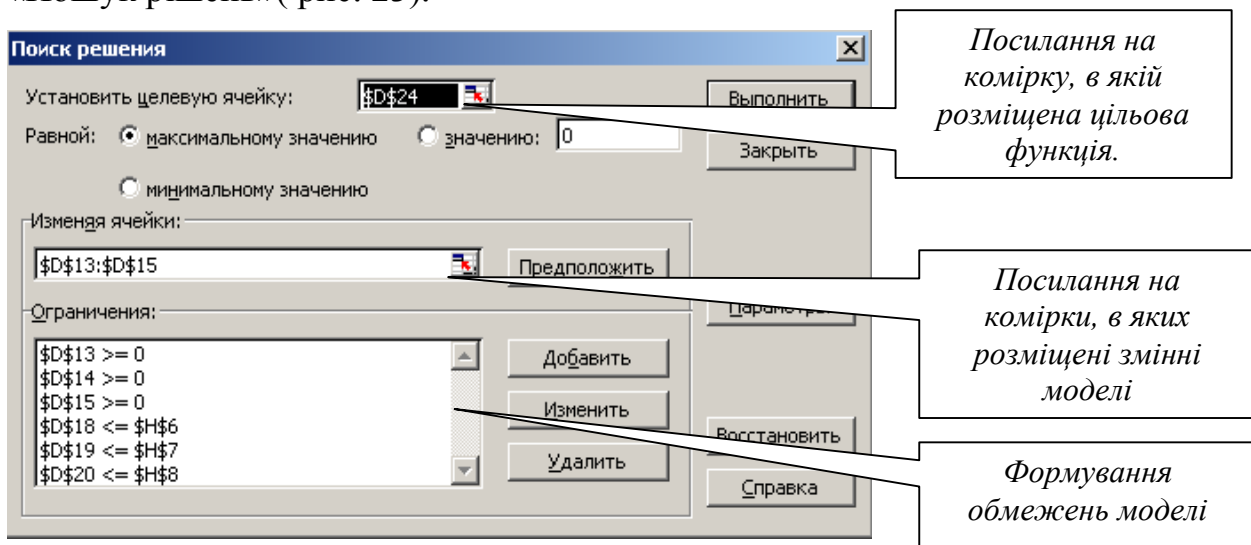


Рис. 23. Приклад заповнення вікна налаштування процедури «Пошук рішень»

Після формування всіх параметрів моделі слід виконати розрахунок основних показників. Для цього у вікні налаштування слід відмітити звіти, які треба сформувати (рис. 24).

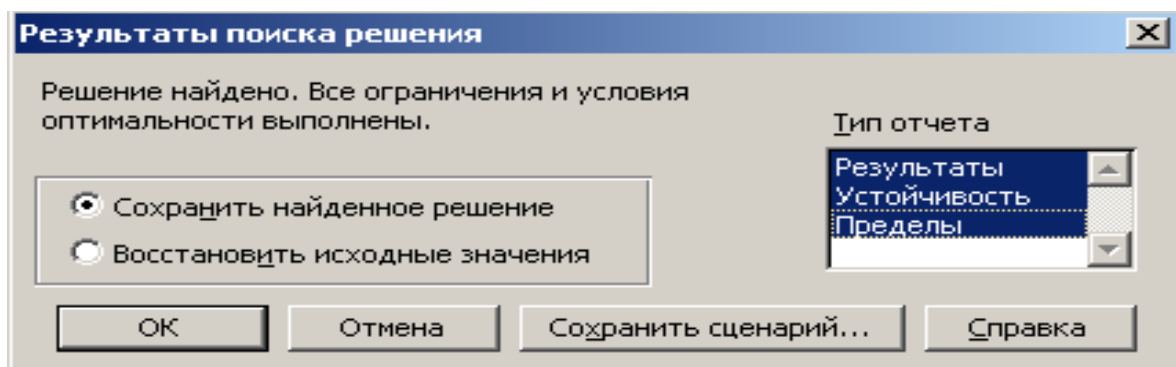


Рис. 24. Вікно налаштування формування результатів при використанні процедури «Пошук рішень»

В результаті рішення задачі будуть заповнені відповідні комірки, в яких будуть розраховані значення змінних, представлена інформація по виконанню обмежень моделі, а також значення цільової функції. Ці дані наведені на рис. 25, 26, 27, 28.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Економіко-математична модель							
2	№	Змінні обмеження	Одиниця виміру	Пшениця	Соняшник	Цукровий буряк	Тип обмеження	Обсяг обмеження(Во)
3								
4	Змінні моделі			X1	X2	X3		
5	Одиниця виміру			га	га	га		
6	1	Площа ріллі	га	1	1	1	<=	5000,00
7	2	По механізаторам	люд.дн.	2,00	8,00	10,00	<=	20000,00
8	3	По некваліфікованим працівникам	люд.дн.	1,00	4,00	5,00	<=	12000,00
9								
10	Zo	Вартість товарної продукції	гр.	3000,00	3600,00	12000,00		max
11								
12	Змінні моделі			Значення				
13	Площа пшениці			3750				
14	Площа соняшнику			0				
15	Площа цукрового буряку			1250				
16								
17	Обмеження моделі			Значення				
18	По площі ріллі			5000				
19	По механізаторам			20000				
20	По некваліфікованим працівникам			10000				
21								
22								
23	Значення цільової функції			Значення				
24	Вартість товарної продукції(Zo)			26250000				
25								

Рис. 25. Результати рішення задачі з використанням процедури «Пошук рішень».

A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам					
2	Рабочий лист: [Задача в пособие1.xls]Матрица					
3	Отчет создан: 02.03.2011 14:45:17					
4						
5						
6	Целевая ячейка (Максимум)					
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
8	\$D\$24	Вартість товарної продукції(Zo)	Значення	26250000	26250000	
9						
10						
11	Изменяемые ячейки					
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
13	\$D\$13	Площа пшениці	Значення	3750	3750	
14	\$D\$14	Площа соняшнику	Значення	0	0	
15	\$D\$15	Площа цукрового буряку	Значення	1250	1250	
16						
17						
18	Ограничения					
19	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
20	\$D\$19	По механізаторам	Значення	20000	\$D\$19<=\$H\$7	связанное 0
21	\$D\$18	По площі ріллі	Значення	5000	\$D\$18<=\$H\$6	связанное 0
22	\$D\$20	По некваліфікованим працівникам	Значення	10000	\$D\$20<=\$H\$8	не связан. 2000
23	\$D\$13	Площа пшениці	Значення	3750	\$D\$13>=0	не связан. 3750
24	\$D\$14	Площа соняшнику	Значення	0	\$D\$14>=0	связанное 0
25	\$D\$15	Площа цукрового буряку	Значення	1250	\$D\$15>=0	не связан. 1250
26						
27						

Рис. 26. Звіт про результати рішення задачі з використанням процедури «Пошук рішень».

	A	B	C	D	E
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости				
2	Рабочий лист: [Задача в пособие1.xls]Матрица				
3	Отчет создан: 02.03.2011 14:45:18				
4					
5					
6	Изменяемые ячейки				
7				Результ.	Нормир.
8	Ячейка	Имя		значение	градиент
9	\$D\$13	Площа пшениці	Значення	3750	0
10	\$D\$14	Площа соняшнику	Значення	0	-6149,976682
11	\$D\$15	Площа цукрового буряку	Значення	1250	0
12					
13	Ограничения				
14				Результ.	Лагранжа
15	Ячейка	Имя		значение	Множитель
16	\$D\$19	По механізаторам	Значення	20000	1125
17	\$D\$18	По площі ріллі	Значення	5000	750
18	\$D\$20	По некваліфікованим працівникам	Значення	10000	0
19					

Рис. 27. Звіт про стійкість результатів при рішення задачі з використанням процедури «Пошук рішень».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам										
2	Рабочий лист: [Задача в пособие1.xls]Отчет по пределам 1										
3	Отчет создан: 02.03.2011 14:45:18										
4											
5											
6	Целевое										
7	Ячейка	Имя	Значение								
8	\$D\$24	Вартість товарної продукції(Z0)	Значення	26250000							
9											
10											
11	Изменяемое			Нижний	Целевой	Верхний	Целевой				
12	Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат				
13	\$D\$13	Площа пшениці	Значення	0	15000000	3750	26250000				
14	\$D\$14	Площа соняшнику	Значення	0	26250000	0	26250000				
15	\$D\$15	Площа цукрового буряку	Значення	-5,68434E-14	11250000	1250	26250000				
16											
17											

Рис. 28. Звіт по оцінці інтервалу змін параметрів моделі з використанням процедури «Пошук рішень».

Аналіз результатів. На підставі отриманих результатів (див. рис. 25-28) можна зробити наступні висновки.

Звіт про результати

1. Значення цільової функції (вартість товарної продукції) складає – 26 250 000 грн.
2. Змінні моделі приймають такі значення:
 - a. Площа пшениці – 3750 га.
 - b. Площа соняшнику – 0 га.
 - c. Площа цукрового буряку – 1250 га
3. Виконання умов обмежень показує на те, що:
 - a. Площа ріллі використовується в повній мірі – 5000 га.
 - b. Витрати праці механізаторів реалізовані повністю – 20 000 чол. дн.
 - c. Витрати праці некваліфікованих працівників недовикоритовані на 2000 чол.-дн. і складають – 10 000 чол.- дн.

Звіт про стійкість

1. Нормований градієнт показує на коректність отриманих результатів. Оскільки значення змінної «Площа соняшнику» дорівнює 0, то цей коефіцієнт не має значення.
2. Множник Лагранжу вказує на те, яке з обмежень найбільш суттєве. В даному випадку це обмеження по використанню праці механізаторів, потім по використанні площі ріллі і на останньому місці по суттєвості стоїть обмеження по використанню праці некваліфікованих робітників.

Звіт по інтервалам змін

Цей звіт вказує на зміну цільової функції залежно від значень, які приймають змінні моделі – нижня та верхня границя.

Питання для самопідготовки

1. Сформулюйте характерні можливості використання методу ковзного середнього.
2. Опишіть технологію розрахунку значень ковзного середнього.
3. Розкрийте суть алгоритму побудування прогнозів за допомогою функції „Тенденція”.
4. Опишіть технологію побудування прогнозів за допомогою функції „Тенденція”.
5. Розкрийте алгоритм побудування нелінійних прогнозів за допомогою функції „Рост”.
6. Опишіть основні технологічні операції визначення тенденції розвитку окремого показника при використанні функцій прогнозування „Тенденція” та „Рост”.
7. Сформулюйте характерні особливості побудування прогнозів на підставі трендового аналізу.
8. Дайте характеристику окремих форм тренду (лінійний, логарифмічний, поліноміальний, степеневий та експоненціальний).
9. Опишіть технологію побудови лінії тренду.
10. Розкрийте основні результати та якісні характеристики трендового аналізу.
11. Розкрийте суть алгоритму багатофакторного кореляційно-регресійного аналізу.
12. Опишіть технологію побудови множинної регресійної моделі.
13. Сформулюйте характерні можливості використання багато факторного регресійного аналізу.
14. Розкрийте склад основних результатів та якісних характеристик багатофакторного кореляційно-регресійного аналізу.
15. Сформулюйте загальні можливості використання процедури „Пошук рішень”, розв’язання оптимізаційних задач.
16. Розкрийте особливості підготовки первинної інформації для реалізації процедури „Пошук рішень”
17. Розкрийте склад вихідних звітів та їх використання при прийнятті управлінських рішень.

Практичні завдання

На основі наведеної в табл. 20 інформації необхідно:

1. Визначити показник, для якого необхідно розрахувати відповідні значення на перспективу
2. Сформувати первинні дані на листі MS Excel.
3. Визначити термін, на який необхідно розраховувати перспективні значення показника, який аналізується.
4. Користуючись наведеною методикою розрахувати значення показника на перспективу. Кількість прогнозних періодів визначити у вихідному інтервалі.

Таблиця 20

Фінансово-економічні показники діяльності підприємства

№ періоду	Фінансовий результат, тис. грн.	Коефіцієнт автономії	Коефіцієнт оборотності дебіторської заборгованості	Коефіцієнт оборотності обігових коштів	Фондовіддача, грн.
1	-263,9	0,68	0,005	0,0021	1,33
2	-159,7	0,69	0,003	0,038	1,35
3	-92,8	0,65	0,046	0,062	6,5
4	184,9	0,82	0,683	0,048	1,47
5	-157,5	0,74	0,818	0,027	1,03
6	1542,4	0,83	1,771	0,4416	2,93
7	-1501,4	0,58	0,18	0,0045	0,8
8	-424,8	0,57	0,05	0,0568	0,68
9	-392,8	0,56	0,091	0,0465	0,66
10	511,3	0,65	0,01	0,4212	0,73
11	1056	0,57	0,447	0,4368	3,76
12	1808,1	0,55	0,604	0,4538	5,72

Список використаних літературних джерел

1. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения. – М.: Инфра, 2003, - 444с.
2. Багриновский К.А. Экономико-математические методы и модели. Микроэкономика /К.А. Багриновский, В.М. Матюшок. – М.: Рос. Универ-т дружбы народов. – 2006. – 224 с.
3. Бралавец М.Е. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства: [учеб. для вузов] / М.Е. Брасавец. – М.: Экономика. – 1971, - 358 с.
4. Браславец М.Е., Кравченко Р.Г. Математичне моделювання економічних процесів у сільському господарстві. – М.: „Колос”, 1972. - 589с.
5. Вітлінський в.В. Економіко-математичне моделювання: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2009. – 452с.
6. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. – К.: КНЕУ, 2003. – 292с.
7. Горчаков А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические модели, - М.: «ЮНИТИ», 1995.
8. Данциг Дж. Линейное программирование, его применение и обобщение. /Дж. Данциг. – М.: Прогресс. – 1966. – 602с.
9. Жадлун З.О., Галаєва Л.Є., Шульга Н.Г. Економіко-математичне моделювання використання добрив в аграрному виробництві. Еколого-економічний аспект. – К.: НАУ, 2001. – 16 с.
10. Жадлун З.О., Галаєва Л.Є., Шульга Н.Г. Теоретичні основи математичного моделювання економічних процесів. Навчальне видання. – К.: НАУ, 2004. – 28 с.
11. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемних Ю.Н. Математические методы в экономике. – М.: ДИС, 1997. – 365с.
12. Зинченко А.П. Сельскохозяйственные предприятия. Экономико-статистический анализ. /А.П. Зинченко. – М.: Финансы и статистика. – 2002. – 160с.

13. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник /За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
14. Кадюк З.С. Економіко-математичні методи в організації і плануванні сільського господарства: Підручник. – Львів: Знання, 1973. – 250 с.
15. Кігель В.Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: Монографія. К.: ЦУЛ, 2003. – 202 с.
16. Кравець О.С. Статистика: Навчальний посібник. - Одеса: Пальміра, 2008. – 266с.
17. Кравченко Р.Г. Економіко математичні методи в організації і плануванні сільськогосподарського виробництва. – М.: Колос, 1973. -528с.
18. Кравченко Р.Г. Математичне моделювання економічних процесів в сільському господарстві. – М: „Колос”, 1978. - 423с.
19. Кулинич М.Б., Михайлюк В.О. Про оптимальну виробничу програму при мінімальних витратах і максимальних прибутках в умовах асортиментності продукції // Матеріали міжнар. наук.-практ. конф. «Дні науки 2005». Т.14. Математичні методи в економіці. – Д.: Наука і освіта, 2005. – С.44-47.
20. Курносів А.П. Теоретические и методологические основы оптимального планирования размещения, специализации и концентрации сельскохозяйственного производства /А.П. Курносів //Сб. науч. трудов. – Воронеж: ВСХИ. – 1984. – 174 с.
21. Макаренко П.М. Оптимальне поєднання галузей в сільськогосподарських виробничих кооперативах за допомогою економіко-математичного програмування / П.М. Макаренко, О.М. Остапенко //Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету, 2008. - №1, С.131-136.
22. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / Гатаулин А.М., Гаврилов Г.В., Сорокина Т.М. и др...; Под ред. А.М. Гатаулина. – М.: Агропромиздат, 1990. – 432 с.
23. Методичні вказівки до самостійної роботи з курсу «Економічний аналіз». Мозгова Н.В., Чернишова Л.В., Зоріна В.С., ОДЕУ, Одеса, Ротапринт, 2006р., - 32 с.

24. Минюк С.А. Математические методы и модели в экономике: [уч. пос.] /С.А. Минюк, В.А. Ровба, К.К. Кузьмич. – Мн.: ТетраСистемс. – 2002. – 432с.
25. Наконечний С.І. До питання математичного моделювання техніко-економічних процесів /С.І. Наконечний, С.С. Савіна, Т.С. Наконечний //Економіка АПК.- 2009. - №1. – С.16-19.
26. Петров Е.Г., Новожилова М.В. Методи ві засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах: Навчальний посібник. /За ред. Є.Г.Петрова. – К.: Техніка, 2004 – 256с.
27. Присенко Г.В., Равікович Є.І. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2005. – 360с.
28. Савченко В.Д. Організація сільськогосподарських підприємств. Харків. 2002. -330с.
29. Тунеев М.М. Экономико-математические методы в организации планирования сельскохозяйственного производства /М.М. Тунеев, В.Ф. Сухоруков. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 144с.
30. Ферстер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 302с.
31. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе. – М.: ЮНИТИ ДАНА. 2000, - 367с.
32. Шиян Д.В. Математика в системі економічних досліджень /Д.В. Шиян //Агроінком. – 2009. - №9-12. – С.46-53.
33. Янковой О.Г. Моделирование парных зв'язків в економіці /Навч. посібник. – Одеса: Оптимум, 2001. – 198 с.

Навчальне видання

Островський Петро Іванович

Гострик Олексій Маркович

Добрунік Тетяна Пилипівна

Радова Олена Валеріївна

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Навчальний посібник

Коректор: І.В. Нечиталюк

Підписано до друку 01.08.12. Зам. 1080

Формат паперу 60x34 116 обсяг 6,0 авт.арк.

Тир. 50 прим. ОНЕУ м. Одеса82, вул.. Преображенська, 8